

**Laurea in Ingegneria Civile – Roma – 2° anno**  
**Insegnamento: Fisica Matematica – 9 CFU**  
Docente: E.N.M. Cirillo – Anno Accademico: 2021–2022

**Programma**

- L00.** Prerequisiti di algebra lineare (spazi vettoriali), richiami di geometria (spazi puntuali euclidei) e curve. [1, Appendici A e B] e [6].
- L01.** Leggi della meccanica. [1, Capitolo 1] e [4, 11].
- L02.** Sollecitazioni e campo momento. [1, Capitoli 1 e 17].
- L03.** Trasformazioni di coordinate. [1, Capitolo 2].
- L04.** Cinematica degli osservatori. [1, Capitolo 3] e [4].
- L05.** Moti relativi. [1, Capitolo 4] e [4].
- L06.** Dinamica e statica dell'elemento libero. [1, Capitolo 5].
- L07.** Sistemi conservativi unidimensionali: ritratto di fase e diagramma di stabilità. [1, Capitolo 6] e [8].
- L08.** Sistemi vincolati. [1, Capitolo 7].
- L09.** Dinamica dell'elemento vincolato. [1, Capitolo 8] e [4].
- L10.** Proprietà generali dei sistemi di particelle. [1, Capitolo 9] e [4].
- L11.** Dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange. [1, Capitolo 10] e [4].
- L12.** Statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità. [1, Capitolo 12] e [4].
- L13.** Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto. [1, Capitolo 14] e [4].
- L14.** Corpo rigido: geometria delle masse. [1, Capitolo 15] e [4].
- L15.** Dinamica e statica del corpo rigido: formalismo lagrangiano. [1, Capitolo 16] e [4].
- L16.** Sistemi oscillanti. [1, Capitolo 13] e [4].
- L17.** Dinamica del corpo rigido e statica: equazioni cardinali. [1, Capitolo 17] e [4].
- L18.** Corpo rigido con un asse fisso: cerniera ideale e bilanciamento dinamico. [1, Capitolo 17] e [4].
- L19.** Corpo rigido con un punto fisso: moti alla Poincaré. [1, Capitolo 17] e [4].

- L20.** Corpo rigido con un punto fisso: trottola. [1, Capitolo 17] e [4].
- L21.** Corpo rigido appoggiato a una superficie liscia. [1, Capitolo 17] e [4].
- L22.** Sfera appoggiata a una superficie scabra. [1, Capitolo 17] e [11].
- L23.** Teoria della stabilità di Liapunov e dimostrazione del teorema di stabilità di Dirichlet [1, Capitolo 12].

### Testi consigliati

- [1] Emilio N.M. Cirillo, “Appunti delle Lezioni di Meccanica Razionale per l’Ingegneria.” Edizioni CompoMat, 2018, Configni (Ri).

### Esercitazioni ed esempi di prove d’esame

Sul sito google classroom sono reperibili alcune esercitazioni, suddivise per argomenti, e alcune prove d’esame degli anni passati scelte dal docente. Non è sempre distribuita la soluzione.

Gli studenti sono invitati a svolgere questi esercizi durante o al termine del corso e a discutere con il docente le eventuali difficoltà incontrate.

### Diario delle lezioni con riferimenti bibliografici a [1]

Lezioni 1 – 3, ore effettive 1 – 3 (27 settembre 2021)

**L00.** Paragrafi A.3 spazi vettoriali, A.4 spazi vettoriali euclidei, A.5 spazi vettoriali euclidei tridimensionali, B.1 spazi puntuali.

Lezioni 4 – 6, ore effettive 4 – 6 (29 settembre 2021)

**L00.** Paragrafi B.1 spazi puntuali, B.2 isometrie, B.3 curve regolari.

Lezioni 7 – 8, ore effettive 7 – 8 (1 ottobre 2021)

**L00.** Paragrafo B.4 atlante e carte.

**L01.** Paragrafi 1.1 cinematica, 1.2 dinamica.

Lezioni 9 – 11, ore effettive 9 – 11 (4 ottobre 2021)

**L01.** Paragrafi 1.2 dinamica, 1.3 statica, C.1 descrizione cinematica del moto di una particella, C.2 classificazione cinematica dei moti.

**L02.** Paragrafi 1.4 proprietà generali delle sollecitazioni e campo momento.

Lezioni 12 – 14, ore effettive 12 – 14 (6 ottobre 2021)

**L02.** Paragrafo 17.2 sollecitazioni equivalenti (esempio del peso).

**L03.** Paragrafi 2.2 trasformazioni particolari (traslazione e rotazione), 2.2.1 angoli di Cardano.

Lezioni 15 – 16, ore effettive 15 – 16 (8 ottobre 2021)

**L03.** Paragrafo 2.2.2 angoli di Eulero.

**L04.** Paragrafi 3.1 moto di trascinamento, 3.2 velocità angolare.

Lezioni 17 – 19, ore effettive 17 – 19 (11 ottobre 2021)

**L04.** Paragrafi 3.2 proprietà della velocità angolare e esempi 3.1 e 3.2. 3.3 classificazione dei moti di trascinamento, 3.4 moto relativo e assoluto di un osservatore (composizione delle velocità angolari) ed esempi 3.10 e 3.11.

**L05.** Paragrafo 4.1 moto di un punto solidale a un osservatore mobile.

Lezioni 20 – 22, ore effettive 20 – 22 (13 ottobre 2021)

**L05.** Paragrafo 4.1 moto di un punto solidale a un osservatore mobile, 4.2 moto assoluto e relativo di un elemento.

**L07.** Paragrafi 6.1 sistemi meccanici conservativi unidimensionali.

Lezioni 23 – 24, ore effettive 23 – 24 (15 ottobre 2021)

**L07.** Paragrafi 6.1 sistemi meccanici conservativi unidimensionali, 6.2 analisi qualitativa, 6.3 periodo dei moti oscillatori (solo problema del pendolo).

Lezioni 25 – 27, ore effettive 25 – 27 (18 ottobre 2021)

**L07.** Paragrafi 6.3 periodo dei moti oscillatori (solo problema del pendolo), Problema 1 diagramma di biforcazione.

**L08.** Paragrafi 7.1 cinematica dei vincoli, 7.2 dinamica dei sistemi vincolati.

Lezioni 28 – 30, ore effettive 28 – 30 (20 ottobre 2021)

**L08.** Paragrafo 7.3 statica dei sistemi vincolati.

**L10.** Paragrafi 9.1 centro di massa, 9.2 riferimento del centro di massa, 9.3 equazioni globali della dinamica dei sistemi.

**L08.** Paragrafi 7.4 classificazione dei vincoli, 7.5 modelli di vincolo.

Lezioni 31 – 32, ore effettive 31 – 32 (22 ottobre 2021)

**L08.** Paragrafi 7.4 classificazione dei vincoli, 7.5 modelli di vincolo.

Lezioni 33 – 35, ore effettive 33 – 35 (25 ottobre 2021)

**L09.** Paragrafi 8.2 elemento vincolato a una guida rettilinea, 8.3 elemento vincolato a una guida curvilinea, 8.4 elemento vincolato a una superficie, 8.4 elemento vincolato a una superficie (problema del distacco).

Lezioni 36 – 38, ore effettive 36 – 38 (27 ottobre 2021)

**L11.** Paragrafi 10.1 e 10.2 osservabili cinematiche e coordinate lagrangiane (teorema sulla matrice di massa senza dimostrazione), 10.3 prima forma delle equazioni di Lagrange, 10.4 seconda forma delle equazioni di Lagrange.

Lezioni 39 – 40, ore effettive 39 – 40 (29 ottobre 2021)

**L11.** Paragrafi 10.5 sollecitazioni a lavoro virtuale nullo, 10.6 sistemi olonomi conservativi, 10.7 integrali primi del moto.

Lezioni 41 – 43, ore effettive 41 – 43 (3 novembre 2021)

**L11.** Paragrafi 10.8 leggi di conservazione per sistemi olonomi conservativi.

**L12.** Paragrafi 12.1 statica dei sistemi olonomi, 12.2 stabilità dell'equilibrio (teoremi di Dirichlet e Liapunov senza dimostrazione). Esempio 12.1.

Lezioni 44 – 45, ore effettive 44 – 45 (5 novembre 2021)

**L13.** Paragrafi 14.1 corpo rigido, 14.2 moti rigidi particolari, 14.3 atto di moto rigido, 14.4 classificazione degli atti di moto rigido.

Lezioni 46 – 48, ore effettive 46 – 48 (8 novembre 2021)

**L13.** Paragrafo 14.5 moto rigido di contatto.

**L12.** Esempio 12.2.

Lezioni 49 – 51, ore effettive 49 – 51 (10 novembre 2021)

**L13.** Paragrafi 14.6 moto rigido piano, 14.7 moto rigido sferico: precessione.

Lezioni 52 – 53, ore effettive 52 – 53 (12 novembre 2021)

**L14.** Paragrafo 15.1 centro di massa di un corpo rigido.

**L12.** Esempi 12.2 e 12.3.

Lezioni 54 – 56, ore effettive 54 – 56 (15 novembre 2021)

**L14.** Paragrafi 15.1 centro di massa di un corpo rigido, 15.2 momento d'inerzia, 15.3 matrice d'inerzia, 15.4 grandezze cinematiche e matrice d'inerzia.

Lezioni 57 – 59, ore effettive 57 – 59 (17 novembre 2021)

**L14.** Paragrafi 15.4 grandezze cinematiche e matrice d'inerzia. 15.5 tensore d'inerzia.

Lezioni 60 – 61, ore effettive 60 – 61 (19 novembre 2021)

**L14.** Paragrafo 15.6 ellissoide d'inerzia.

**L15.** Paragrafi 16.1 sistemi rigidi vincolati, 16.2 corpo rigido con almeno un punto fisso,

Lezioni 62 – 64, ore effettive 62 – 64 (22 novembre 2021)

**L15.** Paragrafi 16.2 corpo rigido con almeno un punto fisso, 16.3 moti senza strisciamento.

Lezioni 65 – 67, ore effettive 65 – 67 (24 novembre 2021)

**L15.** Paragrafi 16.3 moti senza strisciamento, 16.4 sistemi di corpi rigidi a contatto.

Lezioni 68 – 69, ore effettive 68 – 69 (26 novembre 2021)

**L17.** Paragrafi 17.1 equazioni cardinali per il corpo rigido libero, 17.3 corpo rigido vincolato (esempi: cerniera ideale, corpo vincolato con due cerniere mutuamente ortogonali).

Lezioni 70 – 72, ore effettive 70 – 72 (29 novembre 2021)

**L17.** Paragrafo 17.3 corpo rigido vincolato (esempio: corpo in rotazione in un campo centrifugo).

**L16.** Paragrafo 13.1 coppia di oscillatori interagenti (oscillatori lineari, battimenti, oscillatori non lineari).

Lezioni 73 – 75, ore effettive 73 – 75 (1 dicembre 2021)

**L16.** Paragrafo 13.3 piccole oscillazioni.

**L18.** Paragrafi 17.4 corpo rigido con asse fisso, 17.4.1 cerniera ideale, 17.4.2 cerniera ideale: corpo rigido pesante.

**L19.** Paragrafi 17.5 corpo rigido con punto fisso, 17.5.1 moto alla Poincot: definizione, esempi, equazioni di Eulero, leggi di conservazione.

Lezioni 76 – 77, ore effettive 76 – 77 (3 dicembre 2021)

**L19.** Paragrafo 17.5.1 moto alla Poincot: equazioni pure, moti particolari, rotazioni permanenti.

Lezioni 78 – 80, ore effettive 78 – 80 (6 dicembre 2021)

**L19.** Paragrafo 17.5.2 stabilità delle rotazioni permanenti.

**L20.** Paragrafo 17.5.3 trottola di Lagrange.

Lezioni 81 – 82, ore effettive 81 – 82 (10 dicembre 2021)

**L20.** Paragrafi 17.5.4 trottola: integrali primi, 17.5.5 trottola: equazioni pure, 17.5.6 trottola: analisi del moto.

Lezioni 83 – 85, ore effettive 83 – 85 (13 dicembre 2021)

**L20.** Paragrafo 17.5.7 trottola lanciata velocemente.

**L21.** Paragrafo 17.6 corpo rigido appoggiato su piano liscio.

Lezioni 86 – 88, ore effettive 86 – 88 (15 dicembre 2021)

**L22.** Paragrafo 17.7 sfera appoggiata su un piano scabro.

**L23.** Paragrafo 12.3 Teoria di Liapunov per la stabilità dei punti fissi di un sistema dinamico differenziabile, teorema di Liapunov.

Lezioni 89 – 90, ore effettive 89 – 90 (17 dicembre 2021)

**L23.** Paragrafo 12.3 dimostrazione del teorema di Liapunov, dimostrazione del teorema di stabilità di Dirichlet, esempio 17.5 sulla stabilità delle rotazioni di un moto alla Poincot, equazioni di Lotka–Volterra.

Lezioni 91 – 92, ore effettive 91 – 92 (20 dicembre 2021)

Esercizi di ricapitolazione.

### **Testi suggeriti per eventuali approfondimenti**

- [2] D. Andreucci, “Meccanica Razionale – Modelli Matematici per l’Ingegneria.” Edizioni La Dotta, 2019, Bologna.
- [3] V.I. Arnold, “Metodi Matematici della Meccanica Classica.” Editori Riuniti, 1986.
- [4] P. Benvenuti, P.G. Bordoni, G. Maschio, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).
- [5] P. Benvenuti, G. Maschio, “Esercizi di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2011, Configni (Ri).
- [6] W.E. Deskins, “Abstract Algebra.” The MacMillian Company, 1964, New York.

- [7] B.A. Dubrovin, S.P. Novikov, A.T. Fomenko, “Geometria delle superfici, dei gruppi di trasformazioni e dei campi.” Volume primo. Editori Riuniti, Edizioni Mir, Mosca, 1986.
- [8] G. Gallavotti, “Meccanica elementare.” Boringhieri, Torino, 1986.
- [9] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2005, Bologna.
- [10] L. Landau, E. Lifchitz, “Meccanica,” tomo 1 della collezione “Fisica Teorica.” Mir, 1964, Mosca.
- [11] T. Levi-Civita, U. Amaldi, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2012, Configni (Ri).
- [12] E. Olivieri, “Appunti di Meccanica Razionale.” UniTor, 1991, Roma.
- [13] J.R. Taylor, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2006, Bologna.

### **Esame in presenza**

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale. La prova scritta consta di problemi relativi all'intero programma con particolare attenzione ai sistemi olonomi e ai sistemi rigidi. Il colloquio orale si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario predisposto dal docente.

Durante la prova scritta non è possibile usare né appunti (scritti a mano, fotocopiati, stampati, etc.) di nessuna natura né dispositivi elettronici. Gli studenti possono consultare esclusivamente e brevemente le copie del libro di testo (o di eventuali altri testi usati per la preparazione dell'esame) preventivamente sulla cattedra.

### **Esame in modalità a distanza o mista**

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale che verranno svolti seguendo le istruzioni contenute nei decreti rettorali. I candidati devono prendere visione del Decreto Rettorale 1141/2020 relativo agli esami scritti a distanza, delle istruzioni per l'uso del sito exam.net, dell'informativa per gli studenti pubblicati sul sito dell'Ateneo. L'identificazione dello studente viene compiuta in accordo con le direttive dell'ateneo, come specificato nel DR 1141/2020.

Gli studenti vengono convocati per la prova scritta e per quella orale mediante l'invio di un messaggio di posta elettronica all'indirizzo di posta istituzionale tramite il sito Infostud. La prova scritta si svolge sulla piattaforma exam.net.

La prova scritta consta di un problema relativo all'intero programma con particolare attenzione ai sistemi olonomi e ai sistemi rigidi. La durata della prova scritta è di sessanta minuti. Il colloquio orale si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario che verrà inviato all'indirizzo email istituzionale degli studenti

iscritti all'esame. Il colloquio orale verte sull'intero programma del corso pubblicato sul sito web del docente e sulla pagina classroom del corso.

Durante la prova scritta non è possibile usare né appunti (scritti a mano, fotocopiati, stampati, etc.) di nessuna natura né dispositivi elettronici oltre quelli necessari per svolgere la prova medesima. Gli studenti possono consultare esclusivamente e brevemente la copia del libro di testo (o di eventuali altri testi usati per la preparazione dell'esame) mostrata al docente prima dell'inizio della prova.

La prova scritta consta di un singolo problema articolato in più domande che, a discrezione del docente, saranno a risposta multipla o aperta.

#### Modalità risposta multipla

Per ciascuna domanda sono proposte più risposte indicate con le lettere A, B, .... Una sola delle risposte proposte è corretta. Allo studente verrà richiesto di rispondere a un determinato numero di domande da scegliere tra quelle proposte. Lo studente deve riportare sulla pagina bianca elettronica presente sull'applicativa exam.net il suo numero di matricola e di seguito la sequenza delle risposte nel formato seguente:

Matricola: 1234567890

1. A

2.

3. B

:

Qualora lo studente dovesse rispondere a un numero di domande superiore al numero richiesto, in fase di correzione verranno prese in considerazione le domande con numero d'ordine più basso fino al raggiungimento del numero richiesto.

Allo scadere del tempo a disposizione, gli studenti dovranno concludere l'esame sottomettendo la lista delle risposte tramite gli appositi comandi presenti sul sito exam.net.

A ciascuna risposta esatta verrà attribuito un punteggio positivo pari a 30 diviso per il numero totale di risposte richieste. A ciascuna risposta sbagliata verrà attribuito un punteggio negativo al peggio uguale al valore previsto per la risposta esatta diviso per il numero di opzioni di risposta proposte. Nessun punteggio viene attribuito a domande per le quali non sia stata indicata alcuna risposta.

Sul sito classroom è disponibile un prototipo di prova.

#### Modalità risposta aperta

Il compito va svolto su fogli bianchi (né a righe né a quadretti) con penne nere e blu e il testo e le formule devono risultare chiaramente leggibili:

- tutti i fogli usati per il compito devono riportare in alto a sinistra il numero di matricola dello studente e in alto a destra un numero progressivo da 1 fino al numero di fogli consegnati;

- i calcoli devono essere svolti su fogli numerati dal 2 in poi;
- le diverse parti dello svolgimento devono essere separati dalla dicitura: DOMANDA  $Y$ , dove  $Y$  è il numero della domanda;
- tutte le risposte alle domande devono essere raccolte in una sola pagina che verrà numerata come pagina 1: su tale pagina, dall'alto verso il basso, deve essere riportato il numero di matricola dello studente, il numero totale di fogli di cui consta il compito, le risposte alle diverse domande, ciascuna preceduta dalla dicitura DOMANDA  $Y$ , dove  $Y$  è il numero della domanda corrispondente.
- verranno considerate svolte soltanto le domande la cui risposta è riportata nella pagina 1 secondo le modalità illustrate in precedenza;
- verranno considerate svolte soltanto le domande il cui svolgimento è riportato nelle pagine successive secondo le modalità illustrate in precedenza.

Al termine della prova gli studenti usano la piattaforma exam.net su cui si svolge l'esame per inviare la soluzione dopo averla acquisita sul cellulare tramite scan QRcode.

Sul sito classroom è disponibile un prototipo di prova con una possibile soluzione.

FACSIMILE PAGINA 1

Matricola: 1234567890	1
Numero totale di fogli: ____	
DOMANDA 1: risposta	
DOMANDA 2: risposta	
⋮	
⋮	

FACSIMILE PAGINA 2 E SUCCESSIVE

Matricola: 1234567890	2
DOMANDA 1: svolgimento	
DOMANDA 2: svolgimento	
⋮	
⋮	