

## Meccanica Razionale – 2° anno Laurea in Ingegneria Meccanica – Latina

Programma, modalità di svolgimento dell'esame, testi e diario delle lezioni

Docente: E.N.M. Cirillo – Anno Accademico: 2011–2012

**Programma** (per maggiori dettagli si rimanda al diario delle lezioni)

- A. richiami di algebra e geometria [5,6];
- B. cinematica dell'elemento;
- C. cinematica degli osservatori e moti relativi [1];
- D. leggi della meccanica [1];
- E. dinamica e statica dell'elemento [3];
- F. dinamica dei sistemi [1];
- G. dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange [1];
- H. statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità [1];
- I. sistemi meccanici conservativi unidimensionali [7];
- J. cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto [1];
- K. corpo rigido: geometria delle masse [1];
- L. dinamica e statica del corpo rigido: formalismo lagrangiano [1];
- M. dinamica e statica del corpo rigido: equazioni cardinali [1].

### Modalità di svolgimento dell'esame

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale. Il colloquio orale si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario predisposto dal docente. La prova scritta consta di due parti: alcuni (quattro o cinque) quesiti ed esercizi brevi del tipo di quelli proposti nelle esercitazioni

<http://www.sbai.uniroma1.it/~emilio.cirillo/enmc-didattica.php>

e un problema di Meccanica Razionale. La prima parte dura due ore e mezza la seconda due; tra le due prove c'è un intervallo di quindici minuti.

## Testi consigliati

- [1] P. Benvenuti, P.G. Bordoni, G. Maschio, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).
- [2] P. Benvenuti, G. Maschio, “Esercizi di Meccanica Razionale.” Edizioni Kappa, 2000, Roma.
- [3] M. Lo Schiavo, “Appunti di Meccanica Razionale.”

## Testi suggeriti per eventuali approfondimenti

- [4] V.I. Arnold, “Metodi Matematici della Meccanica Classica.” Editori Riuniti, 1986.
- [5] A. Bichara, F. Dell’Isola, “Elementi di Algebra Tensoriale con Applicazioni alla Meccanica dei Solidi.” Società Editrice Esculapio, 2005, Bologna.
- [6] W.E. Deskins, “Abstract Algebra.” The MacMillian Company, 1964, New York.
- [7] G. Gallavotti, “Meccanica elementare.” Boringhieri, Torino, 1986.
- [8] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2005, Bologna.
- [9] L. Landau, E. Lifchitz, “Meccanica,” tomo 1 della collezione “Fisica Teorica.” Mir, 1964, Mosca.
- [10] T. Levi-Civita, U. Amaldi, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Zanichelli, 1950, Bologna.
- [11] E. Olivieri, “Appunti di Meccanica Razionale.” UniTor, 1991, Roma.
- [12] J.R. Taylor, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2006, Bologna.

## Diario delle lezioni

Lezioni 1 – 4 (5 ottobre 2011)

A. Gruppo e gruppo abeliano. Spazi vettoriali. Sottospazio lineare, sistema di generatori, sistema linearmente indipendente e base. Esempi B.4, B.5, B.7 e B.8 degli appunti. Teorema sulle componenti controvarianti ed esempio B.10 degli appunti. Matrice del cambiamento di base. Regola di trasformazione per le componenti controvarianti ed esempio B.13 degli appunti.

Spazi vettoriali pseudo-euclidei. Definizione, prodotto scalare, vettori ortogonali. Componenti covarianti e regola di trasformazione sotto cambiamento di base. Matrice metrica e relazione tra componenti covarianti e controvarianti. Basi ortogonali e ortonormali. Cambiamento di basi tra basi ortonormali, matrici del gruppo  $O(n)$  e del sottogruppo  $SO(n)$ . Esempio B.14 degli appunti. Orientazione positiva o levogira.

Spazi vettoriali euclidei. Esempio B.15 degli appunti sullo spazio vettoriale euclideo  $\mathbb{R}^3$ . Norma o modulo di un vettore, vettori paralleli, proiezione ortogonale di un vettore. Spazio vettoriale euclideo tridimensionale, prodotto vettoriale e vettori assiali.

Spazi affini, spazio dei trasporti paralleli, sottospazi, riferimenti cartesiani, coordinate cartesiane, assi coordinati, piani coordinati; esempio 1.4 sullo spazio affine  $\mathbb{R}^3$ . Spazi affini euclidei, distanza euclidea, semiretta, angolo convesso, funzione coseno e funzione seno, identità dell'uno trigonometrico, ampiezza dell'angolo, modulo del prodotto vettoriale, angoli orientati, coseni direttori.

Lezioni 5 – 8 (7 ottobre 2011)

A. Curve nello spazio affine: curve regolari, vettore tangente, ascissa curviline, versore tangente. Curve rettilinee, curvatura, raggio di curvatura, versore normale principale. Curva piana, curva sghemba, piano osculatore e sua interpretazione geometrica. Versore binormale, triedro principale, torsione e sua interpretazione geometrica, formule di Frenet. Esempi.

Isometrie. Omomorfismo e isomorfismo tra gruppi. Omomorfismo e isomorfismo tra spazi vettoriali. Isometrie tra spazi vettoriali e conservazione del prodotto scalare. Isometrie affini e conservazione delle distanze, delle coordinate, degli angoli, del prodotto vettoriale.

Lezioni 9 – 12 (12 ottobre 2011)

B. Osservatore, posizione, moto, moti componenti, traiettoria, orbita, velocità, accelerazione, legge oraria, rappresentazione intrinseca. Spaziotempo newtoniano. Classificazione: moto rettilineo, moto piano, moto circolare, moto uniforme, moto uniformemente accelerato, moto vario. Esempi: moto del grave e moto armonico semplice, moto circolare, moto circolare uniforme, composizione di moti armonici, figure di Lissajous. Problema della parabola di sicurezza.

Atlante, carta, coordinate curvilinee, coordinate cilindriche, rappresentazione cilindrica del moto. Coordinate polari e rappresentazione polare del moto.

Lezioni 13 – 15 (14 ottobre 2011)

B. Moto piano, velocità areolare nei moti piani, moto centrale, conservazione del momento angolare, conservazione della velocità areolare. Componenti cilindriche della velocità e dell'accelerazione, formula di Binet.

Moto centrale armonico. Moto kepleriano: traiettoria e problema di Cauchy. Leggi di Keplero, descrizione dell'orbita terrestre, velocità della Terra lungo l'orbita.

Lezioni 16 – 19 (19 ottobre 2011)

C. Trasformazione di coordinate euclidea, rotazione e traslazione. Angoli di Cardano e angoli di Eulero. Teorema di Eulero e asse della rotazione. Angolo di rotazione. Esempi.

Lezioni 20 – 23 (21 ottobre 2011)

C. Moto di trascinamento, riferimento fisso e mobile, punto e vettore solidale. Velocità angolare, regola di trasformazione, formule di Poisson, derivata di un vettore, esempi.

Classificazione dei moti di trascinamento. Quiete. Moto traslatorio, moto traslatorio uniforme, trasformazioni di Galileo.

Lezioni 24 – 27 (26 ottobre 2011)

C. Moto sferico. Moto rotatorio. Condizioni necessarie e sufficienti per i diversi moti; equazione della trasformazione di coordinate associata ai riferimenti fisso e mobile. Legge di composizione delle velocità angolari. Applicazioni: velocità angolare di un moto sferico in termini degli angoli di Eulero e di Cardano.

Moto delle immagini dei punti solidali all'osservatore mobile: legge oraria, velocità e accelerazione. Moto assoluto e moto relativo di un elemento: relazione tra le equazioni componenti del moto assoluto e di quello relativo. Esempio: moto dei pianeti relativo alla Terra; moto retrogrado.

Lezioni 28 – 31 (28 ottobre 2011)

C. Teorema del moto relativo, velocità di trascinamento, esempio del pick-up tangenziale ed esempio della ruota panoramica. Teorema di Coriolis e accelerazione di Coriolis.

D. Sistema di particelle libere, richiami sulle leggi del moto per un sistema libero e isolato, leggi di Newton e principio di relatività galileano; sollecitazione interna.

Lezioni 32 – 35 (2 novembre 2011)

D. Sistema libero e non isolato; sollecitazione esterna. Moto rispetto a un osservatore non inerziale; sollecitazione fittizia, di trascinamento, di Coriolis e centrifuga. Sistema di elementi vincolato: reazione e sollecitazione vincolare. Sistemi soggetti a vincoli. Vincoli di posizione. Sistemi olonomi: coordinate lagrangiane, vincoli scleronomi, vincoli reonomi, gradi di libertà, coordinate lagrangiane essenziali, equazioni di vincolo.

Lezioni 36 – 39 (4 novembre 2011)

D. Sistemi olonomi: spostamento possibile, spostamento effettivo, spostamento virtuale. Vincoli unilaterali: configurazioni ordinarie e di confine, spostamento possibile e virtuale. Velocità lagrangiane. Vincoli anolonomi: vincolo integrabile e vincolo propriamente anonomo. Modelli di vincolo. Vincolo ideale: lavoro elementare possibile, lavoro elementare virtuale, componenti lagrangiane della sollecitazione, lavoro elementare effettivo. Appoggio e appartenenza di un elemento a una superficie: coefficiente di attrito statico e dinamico, legge di Coulomb–Morin. Problema della statica e della dinamica dei sistemi vincolati. Equazione fondamentale della statica per sistemi liberi e per sistemi vincolati.

E. Discussione di alcuni problemi scelti di dinamica dell'elemento. Elemento libero isolato e non isolato: elemento libero rispetto a un osservatore inerziale e rispetto a uno in moto rotatorio uniforme, moto in presenza di campi elettrici.

Lezioni 40 – 43 (9 novembre 2011)

E. Ancora discussione di alcuni problemi scelti di dinamica dell'elemento. Elemento libero isolato e non isolato: moto in presenza di campi elettrici e magnetici, elemento libero sulla superficie terrestre, peso, effetto della forza di Coriolis sulla caduta del grave, caduta libera

rispetto a osservatori in caduta libera. Il problema delle maree, effetto del Sole e della Luna.

Lezioni 44 – 45 (11 novembre 2011)

E. Elemento vincolato: guida liscia e scabra, guida rettiline scabra inclinata, pendolo semplice, pendolo cicloidale. Elemento appoggiato a una superficie liscia e scabra: superficie piana in moto rispetto a un osservatore terrestre, superficie sferica liscia (problema del distacco), statica dell'elemento appoggiato a una superficie sferica scabra. Oscillatore armonico smorzato, forzato e risonanza.

Lezioni 46 – 49 (16 novembre 2011)

F. Quantità di moto, momento della quantità di moto o momento angolare, energia cinetica. Centro di massa, moto del centro di massa, velocità e accelerazione del centro di massa. Osservatore del centro di massa, legame tra le grandezze cinematiche del moto assoluto del sistema e del moto relativo all'osservatore del centro di massa. Equazioni globali della dinamica dei sistemi, leggi di conservazione per i sistemi isolati e liberi, sollecitazione autonoma, teorema del centro di massa. Seconda equazione globale con polo mobile.

G. Sistema olonomo a vincoli perfetti: velocità, accelerazione ed energia cinetica in termini delle coordinate lagrangiane, matrice di massa e relative proprietà. Definizione di momento coniugato. Principio di d'Alembert e prima forma delle equazioni di Lagrange. Deduzione della seconda forma delle equazioni di Lagrange e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema olonomo a vincoli perfetti. Esempi: pendolo semplice.

Lezioni 50 – 51 (18 novembre 2011)

G. Deduzione della seconda forma delle equazioni di Lagrange e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema olonomo a vincoli perfetti. Esempi: pendolo semplice e pendolo sferico.

Lezioni 52 – 55 (23 novembre 2011)

G. Sistemi olonomi conservativi. Sollecitazioni conservative in senso lagrangiano, energia potenziale lagrangiana, equazioni di Lagrange per i sistemi olonomi conservativi. sollecitazioni a lavoro virtuale nullo, sollecitazioni posizionali, sollecitazioni conservative in senso proprio. Energia potenziale di una sollecitazione conservativa in senso proprio. Esempi: sollecitazione elastica esterna e interna, sollecitazione peso e sollecitazione centrifuga.

Definizione di momento coniugato, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale. Relazione tra energia e energia generalizzata; variazione dell'energia generalizzata lungo i moti naturali. Integrali primi: momenti coniugati, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale.

Lezioni 56 – 59 (25 novembre 2011)

G. Sollecitazioni giroscopiche e dissipative. Teorema di conservazione dell'energia meccanica in presenza di sollecitazioni giroscopiche. Funzione di Rayleigh e tasso di dissipazione. Esempio: pendolo semplice, analisi qualitativa, calcolo della forza vincolare. Esempio:

pendolo sferico, analisi qualitativa, moti particolari, calcolo della forza vincolare, problema del distacco. Esempio: oscillatore armonico smorzato e funzione di Rayleigh.

Lezioni 60 – 63 (29 novembre 2011)

H. Statica dei sistemi olonomi: principio dei lavori virtuali. Statica di sistemi olonomi a vincoli scleronomi: caso dei sistemi olonomi conservativi. Stabilità dell'equilibrio: definizione di equilibrio stabile e instabile, teorema di Dirichlet–Lagrange (senza dimostrazione), teorema di Liapunov (senza dimostrazione). Esempi: moto del pendolo sottoposto all'azione di una forza elastica, moto del pendolo rotante rispetto all'osservatore terrestre e a quello non inerziale. Diagrammi di stabilità e biforcazione.

Lezioni 64 – 67 (30 novembre 2011)

I. Introduzione ai sistemi meccanici conservativi unidimensionali, legge di conservazione, esempi. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, legge di conservazione, piano delle fasi, orbita o traiettoria di fase, ritratto delle fasi, punti fissi o critici, stabilità dei punti fissi, formula di quadratura, analisi qualitativa, curve di livello dell'energia generalizzata, periodo delle orbite periodiche, separatrice, orbite asintotiche, omoclina ed eteroclina.

Campo di forza centrale, energia potenziale, analisi qualitativa del moto centrale, il caso kepleriano, condizione di periodicità delle orbite limitate. Il problema dei due corpi, massa ridotta.

Lezioni 68 – 71 (2 dicembre 2011)

J. Corpo rigido, riferimento solidale, elemento, retta, piano solidale, costanza delle distanze relative, rappresentazione cartesiana, numero di gradi di libertà, velocità angolare, velocità del generico elemento. Esempio: disco vincolato a un piano. Classificazione dei moti rigidi: traslatorio, sferico e rotatorio. Proprietà. Atto di moto rigido, formula fondamentale della cinematica rigida, trinomio invariante. Classificazione dell'atto di moto rigido: traslatorio e rotatorio. Asse istantaneo di rotazione. Teorema di Mozzi e asse di Mozzi.

Moto rigido di contatto, velocità di strisciamento, atto di moto senza strisciamento, di puro rotolamento e di imperniamento. Velocità assoluta e relativa del punto di contatto.

Lezioni 72 – 75 (6 dicembre 2011)

J. Vincolo di assenza di strisciamento come vincolo anolonomo integrabile e non integrabile. Esempi: ruota sulla rotaia rettilinea, ruota sulla rotaia circolare, sfera appoggiata sul piano, cilindro appoggiato su un piano e cono appoggiato su un piano.

Moto rigido piano: definizione. Proprietà dell'atto di moto rigido di un moto rigido piano. Moto rigido piano: centro di istantanea rotazione. Teorema di Chasles. Base e rulletta, moto rigido piano come moto rigido di contatto. L'ellissografo. Coni di Poincaré. Moto rigido di precessione: asse di precessione, asse di figura, velocità angolare di precessione, precessione diretta e retrograda, precessione regolare.

Precessione di un vettore, momento di dipolo magnetico di un sistema di particelle, precessione di Larmor.

Lezioni 76 – 79 (7 dicembre 2011)

K. Centro di massa di un corpo rigido, proprietà di ubicazione, corpi forati. Momento d'inerzia di un corpo rigido, Teorema di Huygens, proprietà di additività e corpi forati. Matrice d'inerzia, prodotti d'inerzia, tensore d'inerzia, diagonalizzazione del tensore d'inerzia, riferimento, assi e momenti principali d'inerzia, riferimento, assi e momenti centrali d'inerzia, corpi a simmetria sferica, corpi a simmetria cilindrica o giroscopica, matrice d'inerzia per i corpi piani, proprietà di simmetria della distribuzione della massa e assi principali d'inerzia, ellissoide d'inerzia. Energia cinetica di un corpo in moto rigido; esempi: cilindro che rotola senza strisciare e cono che rotola senza strisciare.

Lezioni 80 – 83 (14 dicembre 2011)

K. Energia cinetica e momento totale della quantità di moto di un corpo rigido in moto sferico.

L. Modelli di vincolo perfetto per i sistemi rigidi: rotolamento senza strisciamento, appoggio liscio, giunto ideale, cerniera ideale e collare cilindrico. Applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi. Esempi: moto rotatorio di un corpo rigido pesante sottoposto a una forza elastica, moto di una sbaretta pesante vincolata mediante uno snodo liscio.

Lezioni 84 – 87 (16 dicembre 2011)

L. Applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi. Esempi: moto di una sbaretta pesante vincolata mediante uno snodo liscio e sottoposta all'azione di una forza elastica, moto del bipendolo, moto di puro rotolamento di un cilindro rispetto a un osservatore terrestre e rispetto a un osservatore non inerziale.

Lezioni 88 – 91 (21 dicembre 2011)

M. Equazioni cardinali della dinamica rigida e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema libero. Equazioni cardinali della statica rigida. Equazioni di Eulero. Sollecitazioni equivalenti, esempio della sollecitazione peso e di quella centrifuga. Corpo rigido libero e vincolato. Equazioni cardinali della dinamica e della statica per il corpo rigido vincolato. Moto di un corpo rigido con un asse fisso, cerniera ideale, bilanciamento statico e dinamico. Moto di un corpo rigido con un punto fisso, moti alla Poincaré, conservazione del momento totale della quantità di moto, conservazione dell'energia cinetica, teorema di Poincaré, rotazioni permanenti. Corpo rigido appoggiato, rotolamento senza strisciamento di un disco in un piano verticale e di una sfera su un piano.