

## Descrizione delle lezioni

Data del documento: 11 settembre 2023

Docente: Prof. Emilio N.M. Cirillo

Nome del corso: Modelli Matematici per la Meccanica

Corso di laurea: Ingegneria Aerospaziale

Anno di corso: secondo

Sede: Roma

Libri di testo:

[C] Emilio N.M. Cirillo, Appunti delle Lezioni di Meccanica Razionale per l'Ingegneria. Edizioni CompoMat, 2018, Confini (Ri).

[A] Daniele Andreucci, Meccanica Razionale, Modelli Matematici per l'Ingegneria, 2019.

Sequenza prevista per le lezioni:

L02. Sollecitazioni e campo momento [C, paragrafi 1.4 e 17.2]

L10. Proprietà generali dei sistemi di particelle [C, capitolo 9]

L03. Trasformazioni di coordinate [C, paragrafi 2.1 e 2.2]

L04. Esercizi sul calcolo della velocità angolare [C, paragrafi 3.2 e 3.4]

L13. Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto [C, capitolo 14]

L14. Corpo rigido: geometria delle masse [C, capitolo 15]

L17. Equazioni cardinali per il corpo rigido [C, paragrafi 16.1, 17.1, 17.3]

L18. Corpo rigido con un asse fisso: cerniera ideale [C, paragrafo 17,4]

L19. Corpo rigido con un punto fisso: moti alla Poincaré [C, paragrafo 17.5]

L20. Corpo rigido con un punto fisso: trottola [C, paragrafo 17.5]

L21. Corpo rigido appoggiato a una superficie liscia [C, paragrafo 17.6]

L22. Sfera appoggiata a una superficie scabra [C, paragrafo 17.7]

Descrizione delle lezioni:

L02. Sollecitazioni e campo momento

Nozioni. Le due grandezze di rilievo introdotte nella lezione sono la somma della sollecitazione e il momento totale della sollecitazione rispetto a un polo.

Osservazione. Cambiando il polo utilizzato nel calcolo del momento totale si ottiene un campo vettoriale, ovvero una mappa che associa a ogni punto dello spazio euclideo tridimensionale un vettore.

Problema. Quali sono le proprietà del campo momento totale? Come sono distribuiti i vettori del campo nello spazio?

Nozione. Si introduce il concetto di sollecitazioni equivalenti, ovvero sollecitazioni che hanno stessa somma e stesso momento totale.

Problema. Data una sollecitazione, è possibile trovarne una più semplice (costituita da meno forze) ad essa equivalente?

#### L10. Proprietà generali dei sistemi di particelle

Nozioni. Sistemi di particelle, grandezze globali dei sistemi di particelle (energia cinetica, quantità di moto, momento totale della quantità di moto), centro di massa, riferimento del centro di massa, ovvero riferimento in moto traslatorio rispetto a quello fisso con origine nel centro di massa.

Problema. Esistono legami tra le grandezze cinematiche relative all'osservatore fisso e a quello del centro di massa?

Problema. È possibile scrivere equazioni di evoluzione per le grandezze globali del sistema di particelle a partire dalla conoscenza delle equazioni del moto delle singole particelle costituenti il sistema?

#### L03. Trasformazioni di coordinate

Nozione. Trasformazione di coordinate cartesiane tra due diversi sistemi di riferimento cartesiani.

Problema. Determinare la relazione tra le coordinate di uno stesso punto rispetto ai due sistemi considerati.

Nozioni. Trasformazioni di traslazione e di rotazione.

Problema. Se si effettuano più trasformazioni di rotazione in successione, la trasformazione complessiva è la stessa qualunque sia l'ordine in cui si effettuano le rotazioni?

Nozioni. Definizione degli angoli di Cardano e di Eulero per parametrizzare le trasformazioni di rotazione.

Problema. Scrittura della matrice di rotazione in termini degli angoli di Cardano e di Eulero.

#### L04. Esercizi sul calcolo della velocità angolare

Nozione. Richiamo del concetto di velocità angolare di un moto di trascinamento di un riferimento mobile rispetto a uno fisso.

Problema. Come si scrive la velocità angolare in termini di opportune coordinate che descrivono il moto di trascinamento?

Problema. Si possono usare gli angoli di Eulero e di Cardano se il moto è sferico, ovvero se un punto solidale al riferimento mobile è in quiete rispetto a quello fisso?

#### L13. Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto

Nozione. Concetto di moto rigido.

Problema. Quanto coordinate sono necessarie per descrivere un moto rigido?

Nozione. Concetto di atto di moto rigido e sua analogia con il campo momento totale di una sollecitazione.

Nozioni. Moto rigido di contatto, moto del punto di contatto, velocità di strisciamento.

Problema. Come si può esprimere la velocità di strisciamento di una ruota che si muove a contatto con una guida rettilinea? Cosa accade se la guida è circolare? Cosa cambia se si considera una palla che si muove a contatto con un piano?

Nozioni. Moto rigido piano, centro di istantanea rotazione, base e rulletta.

Problema. Come si determina il centro di istantanea rotazione?

Nozione. Moto di precessione.

Problema. La velocità angolare del moto di precessione è parallela all'asse di precessione?

L14. Corpo rigido: geometria delle masse

Nozioni. Centro di massa, momento d'inerzia, matrice d'inerzia, riferimento principale d'inerzia, ellissoide d'inerzia.

Problema. Esistono proprietà di simmetria che aiutano nel calcolo delle quantità elencate in precedenza?

Problema. Come si procede quando il corpo non soddisfa particolari simmetrie?

Problema. Come cambia la matrice d'inerzia quando si effettua una rotazione del sistema di riferimento solidale?

Nozioni. Energia cinetica e momento angolare di un corpo rigido in moto sferico in termini delle componenti della velocità angolare.

L17. Equazioni cardinali per il corpo rigido

Nozione. Richiamo sulle equazioni globali della dinamica dei sistemi, equazioni di Eulero per la dinamica dei sistemi rigidi.

Problema. Le equazioni globali sono sufficienti a descrivere il moto del corpo rigido libero?

Problema. Cosa accade per il corpo rigido vincolato?

L18. Corpo rigido con un asse fisso: cerniera ideale

Nozione. Moto rigido con asse fisso, cerniera ideale.

Problema. È possibile usare le equazioni cardinali per dedurre l'equazione pura del moto?

Problema. Il momento angolare è sempre parallelo all'asse di rotazione?

Problema. Si possono ottenere informazioni sulla sollecitazione vincolare?

L19. Corpo rigido con un punto fisso: moti alla Poincaré

Nozione. Moti alla Poincaré, moti rigidi sferici con momento totale della sollecitazione nullo rispetto al punto fisso.

Problema. I moti alla Poincaré ammettono integrali primi?

Problema. I moti alla Poincaré possono essere precessioni?

Problema. Possono esistere moti alla Poincaré che non sono né rotatori né precessioni?

Problema. Supponendo che esistono dati iniziali che danno luogo a moti rotatori, cosa succede se si modifica di poco il dato iniziale?

Problema. Come si muove rispetto al riferimento del centro di massa una pallone da pallacanestro in volo?

Problema. Come si muove rispetto al riferimento del centro di massa una pallone da football americano in volo?

L20. Corpo rigido con un punto fisso: trottola

Nozione. Moto della trottola, moto rigido sferico di un giroscopio con punto fisso appartenente all'asse di simmetria e diverso dal centro di massa.

Problema. Cosa accade se il punto di sospensione è il centro di massa?

Problema. La trottola ammette integrali primi?

Problema. È possibile sfruttare gli integrali primi per discutere qualitativamente il moto della trottola?

Problema. Come si comporta la trottola lanciata velocemente? Ovvero la trottola posta all'istante iniziale in rapida rotazione su se stessa e abbandonata al suo moto con asse di simmetria inclinato rispetto alla direzione verticale.

L21. Corpo rigido appoggiato a una superficie liscia

Problema. Si può caratterizzare la sollecitazione vincolare?

Problema. Si possono determinare le equazioni pure del moto?

Problema. Si può risolvere il problema della statica?

Problema. Si può risolvere il problema della dinamica?

L22. Sfera appoggiata su una superficie scabra

Osservazione. Una palla da pallacanestro viene poggiata sul parquet e viene messa in moto con una piccola spinta.

Problema. Come si muove?

Problema. Il moto è analogo a quello della palla da biliardo?

Problema. Si può caratterizzare la sollecitazione vincolare?