

Esame di Geometria BAER
Appello del 9/9/2021 testo A

Cognome e Nome Firma

L'esame consiste di 4 domande, e ha la durata di 2 ore e 30 minuti. Per le prime due domande bisogna scrivere solo il risultato nello spazio sottostante. Per le ultime due domande è richiesto anche il procedimento, da scrivere in bella copia su un foglio separato. Attenzione: le risposte non sufficientemente motivate, o quelle che contengono solo conti senza spiegazioni, non saranno valutate. La brutta copia non è da consegnare.

Esercizio 1.

(Scrivere solo i risultati). Si consideri la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & -4 \\ 4 & 0 & -3 & -1 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \\ 8 & -2 & -5 & -9 \end{pmatrix}$$

- a) (3 punti) Si risolva il sistema omogeneo $A\underline{x} = \underline{0}$ (scrivere la soluzione in forma parametrica).
- b) (4 punti) Se esiste, si trovi un vettore $\underline{b} \in \mathbb{R}^4$ tale che il sistema $A\underline{x} = \underline{b}$ sia incompatibile, altrimenti si spieghi perchè non esistono vettori con questa proprietà.

Esercizio 2.

(Scrivere solo i risultati). Sia U il sottospazio generato dal vettore $(1, 1, -3, 2)^t$.

- a) (3 punti) Si trovi una base di U^\perp
- b) (4 punti) Si scriva la matrice canonica della proiezione ortogonale su U^\perp

Esercizio 3.

(Svolgimento in bella copia). Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo con matrice canonica

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & 4 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

- a) (2 punti) Si trovi una base del nucleo di f
- b) (3 punti) Si trovino gli autovalori di f
- c) (3 punti) Si trovi una base ortonormale di autovettori di f

Esercizio 4.

(Svolgimento in bella copia). Dati i punti $P_1 \cong (2, 1, 3)$, $P_2 \cong (1, 1, 5)$, $P_3 \cong (1, -1, -1)$ e le rette

$$r_1 : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = 4 - t \\ z = 5t \end{cases} \quad r_2 : \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t - 1 \\ z = t - 1 \end{cases}$$

- a) (2 punti) Si trovi l'equazione cartesiana del piano π contenente i tre punti
- b) (3 punti) Si trovi la proiezione di r_1 su π
- c) (3 punti) Si verifichi che r_1 e r_2 sono sghembe, si trovi la retta di minima distanza tra esse.