

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 85 riga 3

errata: Si consideri

corrigge: Si veda anche i Nota Bene: 4.3.15, 16, 17, e le Appendici D.3.2, D.3.3 del testo di lezioni.
Si consideri

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 85 riga -10

errata: $\mathcal{V}^c = \dots = -\frac{1}{2} \omega^2 m_j (x_j^2 + y_j^2) = \dots$

corrigge: $\mathcal{V}^c = \dots = -\frac{1}{2} \omega^2 \sum_{j=1}^N m_j (x_j^2 + y_j^2) = \dots$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 87 riga 1

errata: $\frac{d^{rel}}{dt} \frac{1}{2} \vec{\omega}^\tau \cdot \mathcal{H}_G \vec{\omega}^\tau = \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j \vec{\omega}^\tau \cdot \vec{GP}_j \times (\vec{\omega}^\tau \times \vec{GP}_j) = \sum_{j=1}^N m_j (\vec{\omega}^\tau \times \vec{GP}_j) \cdot \vec{\omega}^\tau \times \frac{d^{rel}}{dt} \vec{GP}_j$
=

corrigge: $\frac{d^{rel}}{dt} \frac{1}{2} \vec{\omega}^\tau \cdot \mathcal{H}_G \vec{\omega}^\tau = \frac{d^{rel}}{dt} \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} m_j \vec{\omega}^\tau \cdot \vec{GP}_j \times (\vec{\omega}^\tau \times \vec{GP}_j) = \frac{1}{2} \frac{d^{rel}}{dt} \sum_{j=1}^N m_j (\vec{\omega}^\tau \times \vec{GP}_j)^2$
=

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 87 riga 4

errata: $= -\vec{\omega}^{rel} \cdot \vec{\omega}^\tau \times \mathcal{H}_G \vec{\omega}^\tau = \vec{\omega}^{rel} \cdot \vec{M}_G^c$

corrigge: $= -\vec{\omega}^{rel} \cdot \vec{\omega}^\tau \times \mathcal{H}_G \vec{\omega}^\tau = \vec{\omega}^{rel} \cdot \vec{M}_G^c$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 98 riga 13

errata: il loro potenziale /'e conseguenza

corrigge: il loro potenziale è conseguenza

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 114 riga -4

errata: Punto 1) Il vettore \vec{OG}

corrigge: Punto 1) Sia $i = \alpha/2$ l'angolo che ciascuna delle due sbarrette forma con il semiasse $\zeta < 0$.
Il vettore \vec{OG}

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 115 riga 9

errata: asse di rotazione \tilde{z} forma

corrigge: asse di rotazione \tilde{z} e il versore $\tilde{e}_3 \times \vec{e}_3$ forma

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 115 riga -8

errata: $= \vec{e}_3 \times \vec{e}_3 \equiv \vec{e}_3 \times \text{vers } \vec{\Omega G}$

corrigge: $= \vec{e}_3 \times \vec{e}_3 \equiv -\vec{e}_3 \times \text{vers } \vec{\Omega G}$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 115 riga -6

errata: Risultano

corrigge: e quindi se $\phi = \phi_0 = 0$ il versore \vec{N}' coincide con \vec{e}_2 .
Inoltre risultano

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 119 riga 1

errata: con un carrello, a muoversi

corrigge: con un carrello e una cerniera cilindrica, a muoversi

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 137 riga -4

errata: infatti la $\vec{e}_1 = \sin \theta \vec{e}_1 + \cos \theta \vec{e}_3$ e quindi la $\dot{\vec{e}}_1 = \dot{\theta} (\cos \theta \vec{e}_1 - \sin \theta \vec{e}_3)$ e l'analoga per \vec{e}_2 ed $\dot{\vec{e}}_2$ implicano $\vec{\omega} = \frac{1}{2} (\vec{e}_1 \times \dot{\vec{e}}_1 + \vec{e}_2 \times \dot{\vec{e}}_2) = \dot{\theta} \vec{e}_2$ e quindi

corrigge: infatti la $\vec{e}_3 = \sin \theta \vec{e}_1 + \cos \theta \vec{e}_3$ e quindi la $\dot{\vec{e}}_3 = \dot{\theta} (\cos \theta \vec{e}_1 - \sin \theta \vec{e}_3)$ e l'analoga per \vec{e}_1 ed $\dot{\vec{e}}_1$ implicano $\vec{\omega} = \frac{1}{2} (\vec{e}_1 \times \dot{\vec{e}}_1 + \vec{e}_3 \times \dot{\vec{e}}_3) = \dot{\theta} \vec{e}_2$ e quindi

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 138 riga -8

errata: $z \leq 0$ che implica $\sin \theta \geq 0$ e quindi $\theta \geq 0$

corrige: $x_G \geq 0, z_G \leq 0$ che implicano $\sin \theta \geq 0$ e $\cos \theta \geq 0$; quindi $0 \leq \theta \leq \pi/2$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 143 riga 4

errata: $\begin{pmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_G \end{pmatrix}$

corrige: $\begin{pmatrix} \dot{x}_A \\ \dot{y}_B \end{pmatrix}$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 147

si guardi in fondo a questo file

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 177 riga 2

errata: Si vedano anche i due N.B.: F.1.2 pg.508 e F.1.4 pg.509 della nuova edizione del testo,

corrige: Si vedano anche i due N.B.: F.1.2 e F.1.4, pag. 466, 467, ediz. 2016 del testo
(pag. 508, 509, ediz. 2015),

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 220 riga 11

errata: quello tale che $\vec{AC} = 2\vec{AB}$.

corrige: quello tale che $\vec{AC} = 2\vec{AB}/3$.

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 220 riga -11

errata: $+B\vec{G} \times \mathfrak{M} \vec{g} + B\vec{G} \times \vec{r}_A$

corrige: $+B\vec{G} \times \mathfrak{M} \vec{g} + B\vec{A} \times \vec{r}_A$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 226 riga -1

errata: $\frac{3}{2} m\rho^2\dot{\theta} = m\rho^2\omega^2 \sin \theta (\cos \theta - \mu)$

corrige: $\frac{3}{2} m\rho^2\ddot{\theta} = m\rho^2\omega^2 \sin \theta \cos \theta - (mg - kR) \rho \sin \theta$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 227 riga 12

errata: $+k\rho + m\rho\omega^2 \sin^2 \theta$

corrige: $+k\rho - m\rho\omega^2 \sin^2 \theta$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 227 riga -14

errata: $-k\rho - m\rho\omega^2 \sin^2 \theta$

corrige: $-k\rho + m\rho\omega^2 \sin^2 \theta$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 227 riga -13

errata: $\frac{4}{3} (\mathcal{T}_0 + \mathcal{V}_0) + \frac{7}{3} (mg - kR) \cos \theta - k\rho - \frac{1}{3} m\rho\omega^2 \sin^2 \theta$

corrige: $\frac{4}{3} \frac{\mathcal{T}_0 + \mathcal{V}_0}{\rho} + \frac{7}{3} (mg - kR) \cos \theta - k\rho + \frac{5}{3} m\rho\omega^2 \sin^2 \theta$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 227 riga -7

errata: $\frac{2}{3} (\mathcal{T}_0 + \mathcal{V}_0) + \frac{7}{3} (mg - kR)$

corrige: $-\frac{2}{3} m\rho\omega^2 + \frac{7}{3} (mg - kR)$

errata: $0 = \vec{BC} \times \vec{F}^{cent} + \vec{BG} \times \mathfrak{M} \vec{g} + \vec{M}_B^v = \vec{BC} \times \vec{F}^{cent} + \vec{BG} \times \mathfrak{M} \vec{g} + \vec{BG} \times \vec{r}_A$

corrige: $0 = \vec{BC} \times \vec{F}^{cent} + \vec{BG} \times \mathfrak{M} \vec{g} + \vec{M}_B^v = \vec{BC} \times \vec{F}^{cent} + \vec{BG} \times \mathfrak{M} \vec{g} + \vec{BA} \times \vec{r}_A$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 247 riga -7

errata: $\mathcal{C}_\# = (\theta_\# = 0, \pi, \phi_\# \text{ arbitrario, che risultano tutte instabili.}$

corrige: $\mathcal{C}_\# = (\theta_\# = \pi, \phi_\# \text{ arbitrario, che risultano tutte instabili, mentre sono stabili quelle per } \theta_\# = 0.$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 259 ultime due righe

errata: $\begin{cases} m(1 + 4y_1^2)\ddot{y}_1 + 8my_1\dot{y}_1^2 = -k(4y_1^3 + 2y_1 - 2y_1y_2^2 - y_2) \\ m(1 + 4y_2^2)\ddot{y}_2 + 8my_2\dot{y}_2^2 = -k(4y_2^3 + 2y_2 - 2y_1^2y_2 - y_1) \end{cases}$

corrige: $\begin{cases} m(1 + 4y_1^2)\ddot{y}_1 + 4my_1\dot{y}_1^2 = -k(4y_1^3 + 2y_1 - 2y_1y_2^2 - y_2) \\ m(1 + 4y_2^2)\ddot{y}_2 + 4my_2\dot{y}_2^2 = -k(4y_2^3 + 2y_2 - 2y_1^2y_2 - y_1) \end{cases}$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 278 riga -4

errata: $\frac{\partial \mathcal{V}^{a.s.s}}{\partial \xi} = mg\xi \cos \alpha$

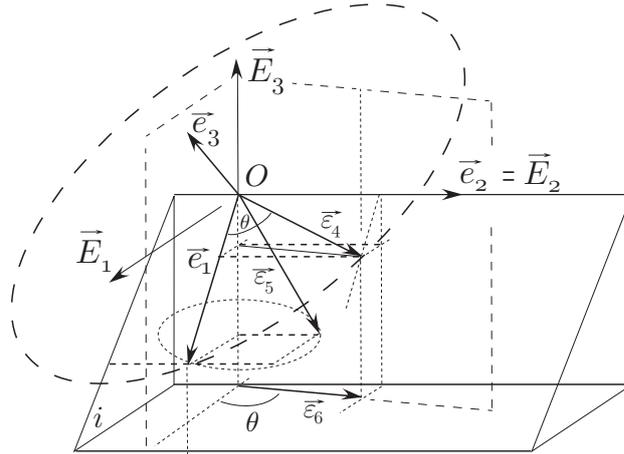
corrige: $\frac{\partial \mathcal{V}^{a.s.s}}{\partial \xi} = mg \cos \alpha$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 287 riga 6

errata: $|\vec{AP}|^2 = 2R^2 - 2R^2 \cos^2 \theta/2$

corrige: $\frac{|\vec{AP}|^2}{2} = 2R^2 - 2R^2 \cos^2 \theta/2$

Figura e argomenti esplicativi dell'Esercizio 4.5.7



Sussistono, fra questi, le relazioni

$$(\vec{\varepsilon}_5)_E = (\mathcal{R}(O, \vec{E}_3; \frac{\pi}{2}))_E (\vec{e}_1)_E = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos i \\ 0 \\ -\sin i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos i \\ -\sin i \end{pmatrix}$$

e quindi $\vec{e}_1 \cdot \vec{\varepsilon}_5 = \cos(\widehat{\vec{e}_1, \vec{\varepsilon}_5}) = \sin^2 i$; e si confermi che:

$$(\vec{e}_2)_e = (\mathcal{R}(O, \vec{e}_3; \frac{\pi}{2}))_e (\vec{e}_1)_e$$

Inoltre, con $\theta := \widehat{\vec{e}_1, \vec{\varepsilon}_4}$, entrambi sul piano inclinato, risulta

$$(\vec{\varepsilon}_4)_e = (\mathcal{R}(O, \vec{E}_3; \theta))_e (\vec{e}_1)_e = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{pmatrix};$$

ma è $\vec{\varepsilon}_4 = \sin \theta \vec{e}_2 + \cos \theta ((\vec{e}_1 \cdot \vec{E}_1) \vec{E}_1 + (\vec{e}_1 \cdot \vec{E}_3) \vec{E}_3)$, e quindi

$$\vec{\varepsilon}_6 = \cos \theta \cos i \vec{E}_1 + \sin \theta \vec{e}_2.$$

Si osservi che $\vec{\varepsilon}_6$ non è un versore, e che \vec{E}_1 ed $\vec{\varepsilon}_6$, entrambi paralleli a uno stesso piano orizzontale, sono tali che è anche $\theta = \widehat{\vec{E}_1, \vec{\varepsilon}_6}$.

**Complementi ed Esercizi di
MECCANICA RAZIONALE
ERRATA CORRIGE
seconda stampa A.A. 2013/14**

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 20 ultima riga

errata: $|d - \ell \cos \theta|$
 corrige: $|d - \ell \sin \theta|$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 21 riga 5

errata: $\vec{e}_B^\perp = -\cos(\theta - \phi)\vec{e}_1 + \sin(\theta - \phi)\vec{e}_2$
 corrige: $\vec{e}_B^\perp = +\cos(\theta - \phi)\vec{e}_1 - \sin(\theta - \phi)\vec{e}_2$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 21 riga 9

errata: $(\vec{OA})_e = \begin{pmatrix} R - \cos(\theta + \phi) \\ R \sin(\theta + \phi) \end{pmatrix}$,
 corrige: $(\vec{OA})_e = \begin{pmatrix} -R \cos(\theta + \phi) \\ R \sin(\theta + \phi) \end{pmatrix}$,

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 21 riga 10

errata: $(\vec{OB})_e = \begin{pmatrix} R - \cos(\theta - \phi) \\ R \sin(\theta - \phi) \end{pmatrix}$,
 corrige: $(\vec{OB})_e = \begin{pmatrix} R \cos(\theta - \phi) \\ -R \sin(\theta - \phi) \end{pmatrix}$,

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 28 riga 9

errata: di equazione $y = h x^2$ che ruota attorno all'asse y
 corrige: di equazione $z = h x^2$ che ruota attorno all'asse z

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 28 riga -9

errata: programma di ricostruzione numerica di traccie:
 corrige: programma di ricostruzione numerica di tracce:

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 32 riga 15

errata: è ovviamente $\eta = h \xi^2$;
 corrige: è ovviamente $\zeta = h \xi^2$;

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 32 riga 20

errata: forza di deviazione $2 m \vec{\omega} \times \vec{v}^{rel}$,
 corrige: forza di deviazione $-2 m \vec{\omega} \times \vec{v}^{rel}$,

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 32 riga 22

errata: $\sqrt{1 + 4 h^2 x^2} (\vec{a} \cdot \vec{T}) = \left((1 + 4 h^2 x^2) \ddot{\xi} + 4 h^2 \xi \dot{\xi}^2 \right) = -2 m g h \xi + m \omega^2 \xi$
 corrige: $\sqrt{1 + 4 h^2 \xi^2} (\vec{a} \cdot \vec{T}) = \left((1 + 4 h^2 \xi^2) \ddot{\xi} + 4 h^2 \xi \dot{\xi}^2 \right) = -2 m g h \xi + m \omega^2 \xi$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 36 riga -10

errata: (e quindi tale che $y_{P_e^*} = -mg/g$),
 corrige: (e quindi tale che $z_{P_e^*} = -mg/k$),

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 36 riga -11

errata: si ha $\alpha \delta = k \delta$ oppure ve n'è una sola, a seconda che α sia uguale o diverso da k
 corrige: si ha $m \alpha \delta = k \delta$ oppure ve n'è una sola, a seconda che $m \alpha$ sia uguale o diverso da k

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 38 riga -14

errata: dei due rami (superiore e inferiore)
 corrige: dei due rami destri (superiore e inferiore)

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 57 riga -3

errata: accelerazione di intensità $a = 6 v/R$
 corrige: accelerazione di intensità $a = v^2/R$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 58 riga 7

errata: $\vec{O\Omega}(0) = -R\vec{e}_1$,

corrige: $\vec{O}\vec{\Omega}(0) = -R\vec{e}_1 = R\vec{e}_1$,

xx pag 62 riga -2

errata: $R \left((1 + \cos \alpha) \vec{e}_1 + (a t^2/2 + \sin \alpha) \vec{e}_2 \right)$

corrige: $\left(R(1 + \cos \alpha) \vec{e}_1 + (a t^2/2 + \sin \alpha) \vec{e}_2 \right)$

xx pag 64 riga 21

errata: la velocità di strisciamento vale $\vec{v}_{II}^{RS} \cdot \vec{e}_2 = -\rho \dot{\theta} \sin(\alpha + \theta)$

corrige: la velocità di strisciamento vale $\vec{v}_{II}^{RS} \cdot \vec{e}_1 = -\rho \dot{\theta} \sin(\alpha + \theta)$

xx pag 64 riga 25

errata: $\left(\vec{T} \right)_{\varepsilon} = \left(\frac{d}{d\alpha} (\rho \vec{u}) \right)_{\varepsilon}$

corrige: $\left(\vec{T} \right)_{\varepsilon} \propto \left(\frac{d}{d\alpha} (\rho \vec{u}) \right)_{\varepsilon}$

xx pag 105

Le righe 5, 6, 7, vanno modificate come segue e spostate al posto delle parole: "Essi valgono" della riga 11.

La frase corretta da sostituire è la seguente:

D'altra parte, per calcolare il momento d'inerzia del cilindro rispetto al suo diametro di base ξ , e indicato con $j_{\xi'} = (r^2/4) dm$ quello di un disco di spessore $d\zeta$ rispetto a un proprio diametro, si ha

$$J_{\xi} = \int_{-h/2}^{+h/2} (j_{\xi'} + \zeta^2 dm) = \frac{\mathfrak{M}}{h} \int_{-h/2}^{+h/2} \left(\frac{r^2}{4} + \zeta^2 \right) d\zeta .$$

Ne seguono le

xx pag 106 riga 3

errata: $\vec{K}_O + \vec{M}_O^{att}$

corrige: $\vec{K}_O - \vec{M}_O^{att}$

xx pag 106 riga -9

errata: con il valore $\theta = \pi/2$ come centro

corrige: con il valore $\theta = \pi$ come centro

xx pag 110 riga 6

errata: la figura ha il baricentro G disegnato a metà della sbarra

corrige: come si è calcolato, esso si trova a 2/3 del segmento AB

xx pag 116 riga -13

errata: di lunghezza 2ℓ

corrige: di lunghezza ℓ

xx pag 118 riga 4

errata: $\vec{K}^G = (1/3) \mathfrak{M}$

corrige: $\vec{K}^G = (1/3) \mathfrak{M}$

xx pag 143 riga 17

errata: $0 = F_B^v|_y = \mathfrak{M} g$

corrige: $F_B^v|_y = \mathfrak{M} g$

xx pag 160

i tre vettori in figure sono gli opposti di quelli corretti

xx pag 176 terza formula

errata: e cioè l'equazione $\begin{pmatrix} 2k - m\nu^2 & -k \\ -k & 2k - m\nu^2 \end{pmatrix}$ o anche che

corrige: e cioè l'equazione $\text{Det} \begin{pmatrix} 2k - m\nu^2 & -k \\ -k & 2k - m\nu^2 \end{pmatrix} = 0$ o anche che

xx pag 176 quarta formula

errata: $\begin{pmatrix} 2k - m\nu^2 & -k \\ -k & 2k - m\nu^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix}$ che dà $\begin{cases} (2k - m\nu_1^2)r_1 = k s_1 \\ (2k - m\nu_2^2)r_2 = k s_2 \end{cases}$

da cui seguono: $\begin{pmatrix} r_1 \\ s_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} r_2 \\ -s_2 \end{pmatrix}$ che forniscono la matrice di trasformazione: $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

corrigere: $\begin{pmatrix} 2k - m\nu^2 & -k \\ -k & 2k - m\nu^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = 0$ che dà $\begin{cases} (2k - m\nu_1^2)r_1 = k s_1 \\ (2k - m\nu_2^2)r_2 = k s_2 \end{cases}$

da cui seguono: $\begin{pmatrix} r_1 \\ r_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} r_2 \\ -r_2 \end{pmatrix}$ che forniscono la matrice di trasformazione: $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} r_1 & r_1 \\ r_2 & -r_2 \end{pmatrix}$

xx pag 176 quinta formula

errata: sono (proporzionali al) le $\varrho_1(t) = \cos(\sqrt{k/m} t)$ e $\varrho_2(t) = \cos(\sqrt{3k/m} t)$

corrigere: sono (proporzionali al) le $\varrho_1(t) = \cos(\sqrt{k/m} t + \phi_1)$ e $\varrho_2(t) = \cos(\sqrt{3k/m} t + \phi_2)$

xx pag 176 settima formula

errata: $+\mathbf{p} \begin{pmatrix} \cos \nu_1 t & 0 \\ 0 & \cos \nu_2 t \end{pmatrix} \mathbf{p}^{-1} \begin{pmatrix} y_1^0 \\ y_2^0 \end{pmatrix}$

corrigere: $+\mathbf{p} \begin{pmatrix} \cos \nu_1 t & 0 \\ 0 & \cos \nu_2 t \end{pmatrix} \mathbf{p}^{-1} \begin{pmatrix} y_1^0 - y_1^{(e)} \\ y_2^0 - y_2^{(e)} \end{pmatrix}$

xx pag 176 ultima formula

errata:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = -\frac{mg}{k} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos \nu_1 t & \cos \nu_2 t \\ \cos \nu_1 t & -\cos \nu_2 t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1^0 + y_2^0 \\ y_1^0 - y_2^0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\nu_1} \sin \nu_1 t & \frac{1}{\nu_2} \sin \nu_2 t \\ \frac{1}{\nu_1} \sin \nu_1 t & -\frac{1}{\nu_2} \sin \nu_2 t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_1^0 + \dot{y}_2^0 \\ \dot{y}_1^0 - \dot{y}_2^0 \end{pmatrix} \\ = -\frac{mg}{k} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \ell \begin{pmatrix} \cos \nu_2 t \\ -\cos \nu_2 t \end{pmatrix} + \frac{v}{\nu_1} \begin{pmatrix} \sin \nu_1 t \\ \sin \nu_1 t \end{pmatrix}$$

corrigere:

$$\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = -\frac{mg}{k} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos \nu_1 t & \cos \nu_2 t \\ \cos \nu_1 t & -\cos \nu_2 t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1^0 + y_2^0 + \frac{2mg}{k} \\ y_1^0 - y_2^0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\nu_1} \sin \nu_1 t & \frac{1}{\nu_2} \sin \nu_2 t \\ \frac{1}{\nu_1} \sin \nu_1 t & -\frac{1}{\nu_2} \sin \nu_2 t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{y}_1^0 + \dot{y}_2^0 \\ \dot{y}_1^0 - \dot{y}_2^0 \end{pmatrix} \\ = -\frac{mg}{k} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \ell \begin{pmatrix} \cos \nu_2 t \\ -\cos \nu_2 t \end{pmatrix} + \frac{v}{\nu_1} \begin{pmatrix} \sin \nu_1 t \\ \sin \nu_1 t \end{pmatrix} + \frac{2mg}{k} \begin{pmatrix} \cos \nu_1 t \\ \cos \nu_1 t \end{pmatrix}$$

xx pag 177 seconda formula

errata:

.....

$$y_1(t_k^*) = -\frac{mg}{k} + \ell \cos k\pi + \frac{v}{\nu_1} \sin\left(\frac{\nu_1}{\nu_2} k\pi\right) = -\frac{mg}{k} + (-1)^k \ell + \frac{v}{\nu_1} \sin\left(\frac{k}{\sqrt{3}} \pi\right), \text{ e il corrispondente per } y_2(t_k^*).$$

.....

corrigere:

.....

$$y_1(t_k^*) = -\frac{mg}{k} + \ell \cos k\pi + \frac{v}{\nu_1} \sin\left(\frac{\nu_1}{\nu_2} k\pi\right) + \frac{mg}{k} \cos\left(\frac{\nu_1}{\nu_2} k\pi\right) = -\frac{mg}{k} + (-1)^k \ell + \frac{v}{\nu_1} \sin\left(\frac{k}{\sqrt{3}} \pi\right) + \frac{mg}{k} \cos\left(\frac{k}{\sqrt{3}} \pi\right)$$

$$y_2(t_k^*) = -\frac{mg}{k} - \ell \cos k\pi + \frac{v}{\nu_1} \sin\left(\frac{\nu_1}{\nu_2} k\pi\right) + \frac{mg}{k} \cos\left(\frac{\nu_1}{\nu_2} k\pi\right) = -\frac{mg}{k} - (-1)^k \ell + \frac{v}{\nu_1} \sin\left(\frac{k}{\sqrt{3}} \pi\right) + \frac{mg}{k} \cos\left(\frac{k}{\sqrt{3}} \pi\right).$$

.....

xx

pag 180 riga 4

errata: $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & \ell^2 (\mathfrak{M} + m\rho^2 + 4m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & \ell^2 (\mathfrak{M} + m(4 + \rho^2)) \end{pmatrix}$,

corrigere: $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & \ell^2 (\mathfrak{M} + 4m\rho^2 + 4m) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & \ell^2 (\mathfrak{M} + 4m(1 + \rho^2)) \end{pmatrix}$,

xx pag 180 riga 7

errata: $\mu := \mathfrak{M} + m(1 + \rho^2 - m\rho^4)$

corrigere: $\mu := \mathfrak{M} + m(1 + \rho^2 - \rho^4)$

xx pag 180 riga 12

errata: $\ell^2 (\mathfrak{M} + \frac{73}{16} m) \ddot{\theta}$

corrigere: $\ell^2 (\mathfrak{M} + \frac{25}{4} m) \ddot{\theta}$

xx pag 184 riga 5

errata: $\vec{e}_B^\perp = -\cos(\theta - \phi)\vec{e}_1 + \sin(\theta - \phi)\vec{e}_2$

corrigere: $\vec{e}_B^\perp = +\cos(\theta - \phi)\vec{e}_1 - \sin(\theta - \phi)\vec{e}_2$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 184 riga 9

errata: $(\vec{OA})_e = \begin{pmatrix} R - \cos(\theta + \phi) \\ R \sin(\theta + \phi) \end{pmatrix}, \dots\dots$

corrige: $(\vec{OA})_e = \begin{pmatrix} -R \cos(\theta + \phi) \\ R \sin(\theta + \phi) \end{pmatrix}, \dots\dots$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 184 riga 10

errata: $(\vec{OB})_e = \begin{pmatrix} R - \cos(\theta - \phi) \\ R \sin(\theta - \phi) \end{pmatrix}, \dots\dots$

corrige: $(\vec{OB})_e = \begin{pmatrix} R \cos(\theta - \phi) \\ -R \sin(\theta - \phi) \end{pmatrix}, \dots\dots$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 185 riga -1

errata: $\frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial y_1 \partial y_2} = k(-2y_1 y_2 - 1) \dots\dots$

corrige: $\frac{\partial^2 \mathcal{V}}{\partial y_1 \partial y_2} = k(-4y_1 y_2 - 1) \dots\dots$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 187 terza formula

errata: $+4my_1 \dot{y}_1^2 \dots\dots m(1 + 4y_2^2) \ddot{y}_2 + 4my_2 \dot{y}_2^2 \dots\dots$

corrige: $+8my_1 \dot{y}_1^2 \dots\dots m(1 + 4y_2^2) \ddot{y}_2 + 8my_2 \dot{y}_2^2 \dots\dots$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 187 riga -13

errata:

da cui seguono: $\begin{pmatrix} r_1 \\ s_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} r_2 \\ -s_2 \end{pmatrix}$ che forniscono la matrice di trasformazione: $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

In definitiva, le coordinate normali sono (proporzionali al) le $\varrho_1(t) = \cos(\sqrt{k/m} t)$ e $\varrho_2(t) = \cos(\sqrt{3k/m} t)$

.....

corrige:

da cui seguono: $\begin{pmatrix} r_1 \\ r_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} r_2 \\ -r_2 \end{pmatrix}$ che forniscono la matrice di trasformazione: $\mathbf{p} = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 \\ r_1 & -r_2 \end{pmatrix}$.

In definitiva, le coordinate normali sono (proporzionali al) le $\varrho_1(t) = \cos(\sqrt{k/m} t + \phi_1)$ e $\varrho_2(t) = \cos(\sqrt{3k/m} t + \phi_2)$

.....

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx pag 194 penultima formula

errata:

$$y^{lin} = -\frac{mg}{k} + \frac{1}{\sqrt{4m}} \left(\rho_1(t) + \frac{1}{\sqrt{3}} \rho_2(t) \right)$$

$$\phi^{lin} = \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\sqrt{3}R} \rho_2(t) .$$

corrige:

$$y^{lin} = -\frac{mg}{k} + \frac{1}{\sqrt{4m}} \left(\rho_1(t) + \frac{1}{3} \rho_2(t) \right)$$

$$\phi^{lin} = \frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{4}}{3\sqrt{R}} \rho_2(t) .$$

.....

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

pag 200 quarta formula

corrige: $\begin{pmatrix} \mathfrak{M} & 0 \\ 0 & \mathfrak{M} \ell^2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{r} \\ \ddot{s} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & \mathfrak{M} g \ell/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ s \end{pmatrix} = 0$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

pag 201 riga 4

errata: $\dot{\vec{K}}^G = \left(\vec{M}_A^{com} \vec{F}^{com} \times \vec{AG} \right) + \vec{GA} \times k \vec{AO} \dots\dots$

corrige: $\dot{\vec{K}}^G = \left(\vec{M}_A^{com} + \vec{F}^{com} \times \vec{AG} \right) + \vec{GA} \times k \vec{AO} \dots\dots$

xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

pag 201 riga 8

errata: $\frac{\ell}{12} \ddot{\theta} = \dots\dots$

corrigere: $\frac{\ell^2}{12} \ddot{\theta} = \dots\dots\dots$

xx pag 225 terza formula

errata: $\mathcal{H}_G \vec{\omega} - \mathfrak{M} \vec{v}_G \times \vec{G\hat{O}}$

corrigere: $\mathcal{H}_G \vec{\omega} + \mathfrak{M} \vec{v}_G \times \vec{G\hat{O}}$

**Complementi ed Esercizi di
MECCANICA RAZIONALE
ERRATA CORRIGE
prima stampa A.A. 2012/13**

Essendo la prima stampa del libro, gli errori che ho trovato rileggendolo sono molti, e me ne scuso. La maggior parte sono errori di battitura, commessi nel tentativo di anticipare l'uscita del libro, e sono abbastanza semplici da scoprire. Altri, invece, sono dovuti al malnato gioco del "taglia-incolla" che mi ha portato a confondere versioni obsolete con versioni definitive di intere frasi o interi esercizi! Di questi riporterò qui di seguito l'intero svolgimento. In ogni caso, per quei gentili lettori che mi faranno avere informazioni su errori che non ho ancora trovato, o che hanno domande a riguardo, rimango in rete all'indirizzo:

mauro.loschiavo@sbai.uniroma1.it

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 6 riga 6

errata: $\vec{OA}(x_G, y_G, z_G, \theta, \phi), \vec{OB}(\theta, \phi) \dots\dots\dots$

corrige: $\vec{OA}(x_G, y_G, z_G, \theta, \phi), \vec{OB}(x_G, y_G, z_G, \theta, \phi) \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 16 riga 3

errata: $b_x = (25 - 4b_y)/3 \dots\dots\dots$

corrige: $-b_x = (25 - 4b_y)/3 \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 16 riga 4

errata: $b_x = 3.$

corrige: $b_x = -3.$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 16 riga -6

errata: $(\vec{v}_1)_e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \vec{v}_4 = -\vec{v}_1 \\ \vec{v}_5 = -\vec{v}_2 \\ \vec{v}_6 = -\vec{v}_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots$

corrige: $(\vec{v}_3)_e = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \vec{v}_4 = -\vec{v}_1 \\ \vec{v}_5 = -\vec{v}_2 \\ \vec{v}_6 = -\vec{v}_3 \end{pmatrix} \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 28 riga 8

errata: di equazione $= h x^2 \dots\dots\dots$

corrige: di equazione $y = h x^2 \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 38 riga 2

errata: la forza $-kx$ ha come potenziale la funzione $\mathcal{V}^{(-)}(x) := kx^2/2; \dots\dots\dots$

corrige: la forza $-kx$ ha come energia potenziale la funzione $\mathcal{V}^{(-)}(x) := kx^2/2; \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 38 riga -13

errata: $x_i 0 \dots\dots\dots$

corrige: $x > 0 \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 43 nella figura

errata: $m\omega\ell \sin \theta \vec{\varepsilon}_1 \dots\dots\dots$

corrige: $m\omega^2\ell \sin \theta \vec{\varepsilon}_1 \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 57 riga -3

errata: percorre l'asse $\xi \dots\dots\dots$

corrige: percorre l'asse $\eta \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 58 riga 4

errata:

..... la corda è parallela all'asse η e distante $R/3$ da esso; la pulsazione ν del moto armonico è costante. All'istante iniziale le due basi di versori siano coincidenti, e siano

$$\vec{O\Omega}(0) = -R\vec{e}_1, \quad \vec{\omega}(0) = -\omega\vec{e}_3, \quad \text{con } \omega > 0, \quad \text{e } \eta_P(0) = 0.$$

corrigge:

..... la corda abbia equazione: $\{\xi = R/3, \zeta = 0\}$; la pulsazione ν del moto armonico è costante. All'istante iniziale gli assi omologhi delle due terne sono paralleli fra loro, e siano

$$\vec{O\Omega}(0) = -R\vec{e}_1, \quad \vec{\omega}(0) = -\omega\vec{e}_3 = -\omega\vec{e}_3, \quad \text{con } \omega > 0, \quad \text{e } \eta_P(0) = 0.$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 58 nella figura, il versore \vec{u} non è quello disegnato, che invece è \vec{e}_1 , bensì quello che prosegue la linea tratteggiata.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 64 nella risoluzione dell'esercizio 3.2.8 in fondo, a partire da:

Per trovare la relazione tra α e θ

e fino alla fine dell'esercizio, si sostituisca:

corrigge:

Per trovare la relazione fra α e θ ci si può servire della condizione che impone al gradiente il bordo della camma (ortogonale al versore \vec{T} della tangente) di essere parallelo alla normale alla superficie del pistone. Si ha:

$$\left(\vec{T}\right)_\varepsilon = \left(\frac{d}{d\alpha}(\rho\vec{u})\right)_\varepsilon = \left(\rho'\vec{u} + \rho\vec{\tau}\right)_\varepsilon = \begin{pmatrix} \rho' \cos \alpha - \rho \sin \alpha \\ \rho' \sin \alpha + \rho \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix}$$

che fornisce la condizione

$$\left(\nabla \gamma(P)\right)_\varepsilon = \begin{pmatrix} -\rho' \sin \alpha - \rho \cos \alpha \\ \rho' \cos \alpha - \rho \sin \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} \sin \theta \\ \cos \theta \\ 0 \end{pmatrix} = \left(\vec{e}_2\right)_\varepsilon.$$

da cui

$$\rho \cos(\alpha + \theta) = \rho' \sin(\alpha + \theta).$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 65 riga 12

errata: $vece_3$

corrigge: \vec{e}_3

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 65 riga -12

errata: La velocità angolare vale $\vec{\omega} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 / \vec{v}_1 \cdot \overrightarrow{P_1P_2} = 2(\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3)$.

corrigge: La velocità angolare vale $\vec{\omega} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 / \left(\vec{v}_1 \cdot \overrightarrow{P_1P_2}\right) = (\vec{e}_1 + \vec{e}_2 + \vec{e}_3)$.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 66 riga 6

errata: Dunque si ha $\vec{v}_P = u\vec{e}_2^* + (kl - h)\vec{e}_3^* = u\vec{e}_3 + (kl - h)\vec{e}_2$.

corrigge: Dunque si ha $\vec{v}_P = u\vec{e}_2^* + (kl - h)\vec{e}_3^* = u\vec{e}_3 - (kl - h)\vec{e}_2$.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 68 riga 6

errata: Risoluzione dell'Esercizio 1.2.6

corrigge: Risoluzione dell'Esercizio 3.3.3

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 77 riga -12

errata: $p4[m_]:=ParametricPlot[\{omx[s] + lanepx[s], omy[s] + lanepy[s]\}/.s \rightarrow m, \{lan, 0, 2\},$

corrigge: $p4[m_]:=ParametricPlot[\{omx[s] + lan * epX[s], omy[s] + lan * epy[s]\}/.s \rightarrow m, \{lan, 0, 2\},$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 86 nell'ultima formula
errata:

$$\left(\mathcal{H}_A \right)_{\mathcal{E}' } \mathbf{h}_A = \dots\dots\dots$$

corrigere:

$$\left(\mathcal{H}_A \right)_{\mathcal{E}' } = \mathbf{h}_A = \dots\dots\dots$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 94 riga 7

errata: (in funzione di $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$)

corrigere: (in funzione di $\theta, \dot{\theta}$)

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 95 riga 7

errata: $\vec{a}_G = \frac{\ell}{3} \ddot{\theta} \vec{e}_3' + \vec{\omega} \times \left(\frac{\ell}{3} \dot{\theta} \vec{e}_2' \right) \dots\dots\dots$

corrigere: $\vec{a}_G = \frac{\ell}{3} \ddot{\theta} \vec{e}_2' + \vec{\omega} \times \left(\frac{\ell}{3} \dot{\theta} \vec{e}_2' \right) \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 95 formula 4.5 e le due ad essa precedenti:

corrigere:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_\Omega \dot{\vec{\omega}} &= -F'_\Omega \ddot{\theta} \vec{e}_1' - E'_\Omega \ddot{\theta} \vec{e}_2' + C'_\Omega \ddot{\theta} \vec{e}_3' , \\ \vec{\omega} \times \mathcal{H}_\Omega \vec{\omega} &= \dot{\theta} \vec{e}_3' \times \left(-F'_\Omega \dot{\theta} \vec{e}_1' - E'_\Omega \dot{\theta} \vec{e}_2' + C'_\Omega \dot{\theta} \vec{e}_3' \right) \\ &= \dot{\theta} \left(+E'_\Omega \dot{\theta} \vec{e}_1' - F'_\Omega \dot{\theta} \vec{e}_2' \right) \end{aligned}$$

per il caso in esame si ha

$$\dot{\vec{K}}_\Omega = -\ddot{\theta} F'_\Omega \vec{e}_1' - \dot{\theta}^2 F'_\Omega \vec{e}_2' + \ddot{\theta} C'_\Omega \vec{e}_3' \tag{1}$$

con $C'_\Omega = E'_\Omega$ ed F'_Ω come nel Punto 5 dell'enunciato.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 105 riga -5

errata: $T = \frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{\frac{\mathfrak{M} g \zeta_G}{J_\xi}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta}} \dots\dots\dots$

corrigere: $T = \frac{4}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{J_\xi}{\mathfrak{M} g \zeta_G}} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos \theta}} \dots\dots\dots$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 107 riga 12

errata:

- 3) Dimostrare che moti rotatori uniformi sono possibili solo se l'asse di rotazione è z (usare a questo scopo il teorema di conservazione dell'energia);
- 4) Dimostrare che moti rotatori uniformi sono possibili e aventi z come asse di rotazione anche non necessariamente con ζ coincidente con z .

corrigere:

- 3) Dimostrare che moti rotatori uniformi sono possibili solo se l'asse di rotazione è z , anche non necessariamente coincidente con ζ (usare a questo scopo il teorema di conservazione dell'energia);
- 4) Dimostrare che moti rotatori uniformi, aventi z come asse di rotazione e non necessariamente coincidente con ζ , sono possibili.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 107 riga -3

errata:

Pertanto, indicata con ψ l'anomalia che un piano solidale e contenente l'asse di rotazione z forma rispetto a un piano fisso anch'esso contenente l'asse z , si ha la

$$\mathcal{T} + \mathcal{V} = \frac{1}{2} J_z \dot{\psi}^2 + \mathfrak{M} g z_G = \mathcal{T}_0 + \mathcal{V}_0 = \frac{1}{2} J_z \dot{\psi}_0^2 + \mathfrak{M} g z_G|_0 = cost. \tag{2}$$

corrigere:

Pertanto, indicata con ψ l'anomalia che un piano solidale e contenente l'asse di rotazione \tilde{z} forma rispetto a un piano fisso anch'esso contenente l'asse \tilde{z} , si ha la

$$\mathcal{T} + \mathcal{V} = \frac{1}{2} J_{\tilde{z}} \dot{\psi}^2 + \mathfrak{M} g z_G = \mathcal{T}_0 + \mathcal{V}_0 = \frac{1}{2} J_{\tilde{z}} \dot{\psi}_0^2 + \mathfrak{M} g z_G|_0 = \text{cost.} \quad (3)$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 135 riga -7

errata:

Questa è la proiezione sull'asse z della seconda equazione cardinale $\dot{\vec{K}}_I + \vec{v}_I + \times \mathfrak{M} \vec{v}_G = \vec{M}_I$ calcolata

corrigere:

Questa è la proiezione sull'asse z della seconda equazione cardinale $\dot{\vec{K}}_I + \vec{v}_I \times \mathfrak{M} \vec{v}_G = \vec{M}_I$ calcolata

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 149 riga 9 (e in tutte le analoghe formule che seguono)

errata: $(F_x^v)^2 + (F_x^v)^2 \leq \Phi_s^2 (F_z^v)^2$

corrigere: $(F_x^v)^2 + (F_y^v)^2 \leq \Phi_s^2 (F_z^v)^2$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 159 riga -14

errata:

$$k_2 = \frac{\mathfrak{M} g}{3R} + \frac{\beta}{2} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \frac{\mathfrak{M} g \beta}{3R}} .$$

corrigere:

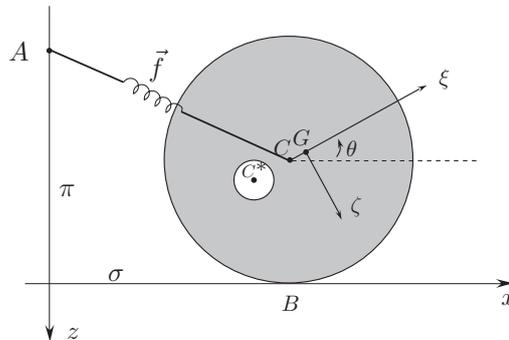
$$k < k_M := \frac{\mathfrak{M} g}{3R} + \frac{\beta}{2} - \sqrt{\frac{\beta^2}{4} + \frac{\mathfrak{M} g \beta}{3R}} .$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX L'esercizio a pag 151 è tutto sbagliato: la versione è quella "risolta solo a metà" e non rivista. Pertanto ne aggiungo qui di seguito il totale svolgimento.

Esercizio 4.5.12

Un disco materiale, omogeneo, pesante, di massa \mathfrak{M} , centro C e raggio R ha un foro circolare di raggio $R/6$ e centro nel punto C^* e distanza $R/3$ da C . Il disco è vincolato a muoversi in un piano verticale π rimanendo appoggiato a un piano orizzontale scabro σ con coefficienti d'attrito statico e dinamico eguali e di valore $\Phi_s = \Phi_d = 0.5$.

Sul disco, oltre al peso, agisce una forza elastica $\vec{f} = k \vec{C}\vec{A}$ di centro il punto A di π che si trova a distanza $4R$ da σ al di sopra di esso.



- 1) Determinare la posizione del baricentro del disco, gli assi centrali d'inerzia e i relativi momenti centrali.
- 2) Determinare le eventuali posizioni di equilibrio, e sotto quali condizioni queste sono di confine.
- 3) Sotto l'ipotesi che sia di puro rotolamento, determinare il moto del disco con le seguenti condizioni iniziali (rispetto agli assi indicati in figura)

$$C(t = 0) \equiv (4\pi R, 0, -R) , \quad C^*(t = 0) \equiv ((4\pi + 1/3)R, 0, -R) ,$$

e atto di moto nullo.

- 4) Determinare il massimo valore di k per il quale l'ipotesi di puro rotolamento nel contatto tra disco e piano è plausibile

Risoluzione dell'Esercizio 4.5.12

Punto 1) La prima parte del problema è stata risolta nell'Esercizio 4.3.5. Chiamati

- (•) ξ l'asse con origine in C e diretto da C^* verso C ,
- (•) ζ l'asse per G a esso ortogonale e sul piano del disco,
- (•) η l'asse concorde con y in modo che la terna (ξ, η, ζ) sia ortogonale destra.
- (•) $\mathfrak{M}_1 := \mu\pi R^2$; $\mathfrak{M}_2 := -\mu\pi R^2/36$; e quindi $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_2 = \mu\pi R^2 (1 - \frac{1}{36})$
con $G_1 \equiv C$ e $G_2 \equiv C^*$ si ha $\xi_G = R/105$. Inoltre risultano

$$\begin{aligned} A_G &= A_C = \mathfrak{M}_1 \frac{R^2}{4} + \mathfrak{M}_2 \frac{r^2}{4}, \\ C_G &= C_C - \mathfrak{M} \xi_G^2 = \left(\mathfrak{M}_1 \frac{R^2}{4} + \mathfrak{M}_2 \left(\frac{r^2}{4} + \frac{R^2}{9} \right) \right) - \mathfrak{M} \frac{R^2}{(105)^2}, \\ B_G &= A_G + C_G. \end{aligned} \quad (4)$$

Punto 2) Affinché tra quelle dette vi siano posizioni di equilibrio di confine (detto B il punto di contatto) occorre che in esse siano verificate le seguenti condizioni

$$\begin{cases} 0 = \mathfrak{M} \vec{g} + k \vec{C}\vec{A} + \vec{F}^v \\ 0 = \vec{B}\vec{C} \times k \vec{C}\vec{A} + \vec{B}\vec{G} \times \mathfrak{M} \vec{g} \\ \quad = \vec{B}\vec{C} \times (\vec{k} \vec{C}\vec{A} + \mathfrak{M} \vec{g}) + \vec{C}\vec{G} \times \mathfrak{M} \vec{g} \end{cases} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \vec{F}^v = F_x^v \vec{e}_1 + F_y^v \vec{e}_2 + F_z^v \vec{e}_3 \\ (F_x^v)^2 + (F_y^v)^2 \leq \Phi_s^2 (F_z^v)^2 \\ \text{ed } F_z^v \leq 0 \end{cases}$$

Pertanto, indicando con θ l'anomalia che il versore solidale \vec{e}_1 forma con il versore \vec{e}_1 contata positivamente in senso antiorario rispetto a \vec{e}_2 , e siccome $\vec{C}\vec{B} = R\vec{e}_3$, e $\vec{C}\vec{G} = \xi_G (\cos\theta \vec{e}_1 + \sin\theta \vec{e}_3)$, si hanno le

$$\vec{B}\vec{C} \times (k \vec{C}\vec{A} + \mathfrak{M} \vec{g}) = \vec{B}\vec{C} \times k \vec{C}\vec{A} = k \begin{pmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 0 & 0 & -R \\ -x_C & 0 & -3R \end{pmatrix} = kR x_C \vec{e}_2$$

e

$$\vec{C}\vec{G} \times \mathfrak{M} \vec{g} = \xi_G \begin{pmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ \cos\theta & 0 & -\sin\theta \\ 0 & 0 & \mathfrak{M} g \end{pmatrix} = -\mathfrak{M} g \xi_G \cos\theta \vec{e}_2,$$

dalle quali si traggono le

$$\begin{cases} 0 = -k x_C + F_x^v \\ 0 = F_y^v \\ 0 = \mathfrak{M} g - 3kR + F_z^v \\ kR x_C = \mathfrak{M} g \xi_G \cos\theta. \end{cases}$$

È allora di equilibrio una qualunque delle ∞^1 posizioni per le quali

$$x_C = \frac{\mathfrak{M} g}{105k} \cos\theta \quad \text{insieme con} \quad \mathfrak{M} g \geq 3kR \quad \text{e} \quad k x_C \leq \Phi_s (\mathfrak{M} g - 3kR)$$

Punto 3) Nell'ipotesi di puro rotolamento la posizione del disco è totalmente individuata da una sola variabile scalare. Indicando con x_C l'ascissa del centro geometrico C , con θ l'anomalia usata nel punto 2), e con l'ipotesi che \vec{e}_2 rimanga identicamente parallelo a \vec{e}_2 e alla velocità angolare $\vec{\omega} = \dot{\theta} \vec{e}_2$, il puro rotolamento implica

$$0 = \vec{v}_s = \vec{v}_C + \vec{\omega} \times \vec{C}\vec{B} = \dot{x}_C \vec{e}_1 + \dot{\theta} \vec{e}_2 \times R \vec{e}_3$$

e quindi $x_C + R\theta = \text{cost.}$ D'altra parte, con $\vec{C}\vec{A} = -x_C \vec{e}_1 - 3R \vec{e}_3$ e con B coincidente con il centro istantaneo di rotazione I , si hanno le

$$\begin{cases} \mathfrak{M} \vec{a}_G = \mathfrak{M} \vec{g} + k \vec{C}\vec{A} + \vec{F}^v \\ \vec{K}^G = \vec{G}\vec{C} \times \vec{k} \vec{C}\vec{A} + \vec{G}\vec{I} \times \vec{F}^v, \end{cases} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \vec{F}^v = F_x^v \vec{e}_1 + F_y^v \vec{e}_2 + F_z^v \vec{e}_3 \\ (F_x^v)^2 + (F_y^v)^2 \leq \Phi_s^2 (F_z^v)^2 \\ \text{ed } F_z^v \leq 0 \end{cases}$$

Considerato che l'asse delle η , (identicamente parallelo a y) è centrale d'inerzia per il corpo se ne ricavano le seguenti equazioni non banali (usando la seconda di queste equazioni nella quarta)

$$\begin{cases} \mathfrak{M} \ddot{x}_G = -k x_C + F_x^v \\ 0 = F_y^v \\ \mathfrak{M} \ddot{z}_G = \mathfrak{M} g - 3kR + F_z^v \\ B_G \ddot{\theta} = \vec{e}_2 \cdot \left(\overrightarrow{GC} \times k \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{GB} \times \vec{F}^v \right) \end{cases} \quad (5)$$

e il secondo membro dell'ultima delle (5) vale

$$\begin{aligned} \vec{e}_2 \cdot \vec{M}_G &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\xi_G \cos \theta & 0 & \xi_G \sin \theta \\ -kx_C & 0 & -3kR \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\xi_G \cos \theta & 0 & R + \xi_G \sin \theta \\ F_x^v & 0 & F_z^v \end{vmatrix} \\ &= -3kR\xi_G \cos \theta - kx_C\xi_G \sin \theta + F_z^v\xi_G \cos \theta + F_x^v(R + \xi_G \sin \theta) . \end{aligned}$$

Le assegnate condizioni iniziali forniscono le $x_C(0) = 4\pi R$ e $\theta(0) = -\pi$, e queste danno $x_C = -R(\theta - 3\pi)$. Inoltre si hanno le

$$\begin{cases} x_G = x_C + \xi_G \cos \theta , \\ z_G = -(R + \xi_G \sin \theta) , \end{cases} \quad \text{che assegnano} \quad \begin{cases} \dot{x}_G = -(R + \xi_G \sin \theta) \dot{\theta} , \\ \dot{z}_G = -(\xi_G \cos \theta) \dot{\theta} . \end{cases}$$

In base a queste e alle loro ulteriori derivate, la prima delle (5) fornisce

$$-\mathfrak{M} (R + \xi_G \sin \theta) \ddot{\theta} - \mathfrak{M} \xi_G \dot{\theta}^2 \cos \theta = kR(\theta - 3\pi) + F_x^v ;$$

questa, insieme con la

$$F_z^v = 3kR - \mathfrak{M} g - \mathfrak{M} \xi_G \ddot{\theta} \cos \theta + \mathfrak{M} \xi_G \dot{\theta}^2 \sin \theta$$

che si ricava dalla terza delle (5), va sostituita nell'ultima delle (5), che diviene così una equazione pura nell'incognita $\theta(t)$ e assegna per essa il seguente problema di Cauchy ben posto la cui soluzione, ovviamente, va affrontata in modo numerico:

$$\begin{cases} (B_G + \mathfrak{M} (R^2 + \xi_G^2 + 2R\xi_G \sin \theta)) \ddot{\theta} + \\ + \mathfrak{M} \xi_G R \cos \theta \dot{\theta}^2 + \mathfrak{M} g \xi_G \cos \theta + kR^2(\theta - 3\pi) = 0 \\ \text{con dati } \theta_0 = -\pi, \quad \text{e } \dot{\theta}_0 = 0 . \end{cases} \quad (6)$$

Non è difficile, d'altra parte, confermare la (6) a partire dalle espressioni

$$\begin{cases} \mathcal{T} = \frac{1}{2} \mathfrak{M} (\dot{x}_G^2 + \dot{z}_G^2) + \mathcal{T}^G = \frac{1}{2} (B_G + \mathfrak{M} (R^2 + \xi_G^2 + 2R\xi_G \sin \theta)) \dot{\theta}^2 \\ \mathcal{V} = \mathfrak{M} g (R + \xi_G \sin \theta) + \frac{1}{2} k (x_C^2 + 9R^2) + cost , \end{cases}$$

mediante il metodo di Lagrange (si veda il Cap.IV).

Tuttavia, per concludere, occorre verificare che le ipotesi fatte siano lecite almeno nella prima fase del moto. Senz'altro lo è quella di moto piano, dato il fatto che l'asse η è centrale d'inerzia. Per quella concernente il puro rotolamento occorre che la reazione \vec{F}^v rientri fra quelle esplicabili dal vincolo in condizioni statiche, e quindi (essendo $F_y^v = 0$ esplicabile) tali che $|F_x^v| \leq \Phi_s |F_z^v|$, con $F_z^v \leq 0$. Dalle relazioni qui sopra e dalle assegnate condizioni iniziali si ricavano le

$$\begin{cases} F_x^v(t=0) = 4k\pi R - \mathfrak{M} R \ddot{\theta}(0) \\ F_z^v(t=0) = -\mathfrak{M} g + 3kR + \mathfrak{M} \xi_G \ddot{\theta}(0) , \end{cases}$$

e dall'ultima delle precedenti equazioni si ha che

$$\ddot{\theta}(0) = \frac{\mathfrak{M} g \xi_G + 4k\pi R^2}{B_G + \mathfrak{M} (R^2 + \xi_G^2)} \quad \text{con} \quad \begin{cases} \xi_G = R/105 \\ B_G = (\text{cfr. eq. (4)}) . \end{cases} \quad (7)$$

Affinché sia lecito assumere che quello trovato è il moto effettivo è necessario quindi assicurarsi che le costanti strutturali assegnate siano tali da verificare entrambe le seguenti due condizioni

$$\mathfrak{M} g \geq 3kR , \quad \text{e} \quad 4k\pi R - \mathfrak{M} (R - \xi_G) \frac{\mathfrak{M} g \xi_G + 4k\pi R^2}{B_G + \mathfrak{M} (R^2 + \xi_G^2)} \leq \Phi_s (\mathfrak{M} g - 3kR) .$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 157 riga -1

errata:

Per tutti la massa è la stessa (unitaria), la posizione iniziale la stessa ($\psi^0 = 0.0$, $\theta^0 \sim$, $\psi^0 = 0.0$) e la forma esterna non rilevante ai fini della dinamica.

corrigge:

Per tutti la massa è la stessa (unitaria), la posizione iniziale la stessa ($\psi^0 = 10.82$, $\theta^0 \sim 0.78$, $\phi^0 = 33.43$) e la forma esterna non rilevante ai fini della dinamica.

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 174 riga -15

errata: da cui seguono: $\begin{pmatrix} r_1 \\ s_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} r_2 \\ -s_2 \end{pmatrix}$

corrigge: da cui seguono: $\begin{pmatrix} r_1 \\ r_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} r_2 \\ -r_2 \end{pmatrix}$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 174 riga -12

errata: e le richieste coordinate del problema ne sono una combinazione lineare del tipo:

corrigge: e le richieste coordinate del problema sono una combinazione lineare del tipo:

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 185 riga -6

errata: da cui seguono: $\begin{pmatrix} r_1 \\ s_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} r_2 \\ -s_2 \end{pmatrix}$

corrigge: da cui seguono: $\begin{pmatrix} r_1 \\ r_1 \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} r_2 \\ -r_2 \end{pmatrix}$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 185 riga -3

errata: e le richieste coordinate del problema ne sono una combinazione lineare del tipo:

corrigge: e le richieste coordinate del problema sono una combinazione lineare del tipo:

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 187 riga 16

errata: Questa, e le condizioni iniziale dette, forniscono:

$$2\theta = \phi_1 + \phi_2, \quad \text{e anche} \quad \eta_1 := \theta - \phi_1 = -(\theta - \phi_2) - \alpha =: -\eta_1 - \alpha \quad \text{con} \quad \alpha = 0.$$

corrigge: Questa, e le condizioni dette, forniscono:

$$2\theta = \phi_1 + \phi_2 - \alpha, \quad \text{e anche} \quad \eta_1 := \theta - \phi_1 = -(\theta - \phi_2) - \alpha =: -\eta_1 - \alpha \quad \text{con} \quad \alpha = 0.$$

XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX

pag 195 riga 6

errata: danno luogo ad un moto *periodico non stazionario*.

corrigge: danno luogo ad un moto *periodico*.