

ANALISI MATEMATICA II (Ing. Gestionale)
II APPELLO 11.02.2015 A.A.2014/15

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE Tempo 2 ore

COMPITO A

Dichiaro di avere superato l'esame di Analisi Matematica I SI NO FIRMA

1) Data la funzione $f : E \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, definita da $f(x, y) := \log(x^2 + y^2 + 1) - \frac{1}{5}(x^2 + y^2)$,

- a) determinarne l'insieme di definizione $E \subseteq \mathbb{R}^2$;
- b) determinare i punti di stazionarietà nell'insieme $E \subseteq \mathbb{R}^2$;
- c) classificare i punti di stazionarietà ottenuti e determinare $f(E) \subseteq \mathbb{R}$.
- d) Dato il compatto $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 16, y \geq -x\}$, determinare $f(D) \subseteq \mathbb{R}$.
- e) Riconoscere (citando il teorema relativo) che $f(D) = [m, M]$ dove, rispettivamente, m ed M indicano il minimo ed il massimo valore assunto da f in D .

2) Data l'equazione differenziale:

$$(x-1)^2 y'' - (x-1)y' + \beta y = (x-1)^3, \quad \beta \in \mathbb{R}, \quad x \in I \subseteq \mathbb{R} \quad (1)$$

determinare

- a) l'intervallo $I \subseteq \mathbb{R}$;
- b) l'integrale generale di (1)
- c) infine, in corrispondenza a ciascun valore di β , eventuali integrali \tilde{y} tali che siano infiniti di ordine superiore a x^3 per $x \rightarrow +\infty$.

3) Data la funzione di variabile reale

$$f(x) = \frac{1}{(4+x)^2} \quad (2)$$

determinare:

- a) l'insieme di definizione $E \subseteq \mathbb{R}$;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $x_0 = 0$, precisandone "a priori" la regione di convergenza B ;
- c) indicarne, poi, un sottoinsieme $A \subset B$ nel quale la serie trovata converge totalmente. Dimostrare la convergenza totale in A .
- d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{x}_0 = 5$, precisandone "a priori" la regione di convergenza, della funzione f .
- e) (facoltativo) scrivere lo sviluppo al punto b) nel caso del prolungamento di f nel campo complesso \mathbb{C} , i.e. sostituendo, in (2), $z \in E \subseteq \mathbb{C}$ a $x \in E \subseteq \mathbb{R}$.