ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
PREAPPELLO A.A.2006/07

COGNOME E NOME .... N.Ro MATR. ....
LUOGO E DATA DI NASCITA ....

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore **COMPITO B**

1) Detto D il **dominio regolare** di $\mathbb{R}^2$ definito da

$$\left\{D = (x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4, y \geq -x\right\}$$

calcolare

$$I = \int_{+\partial D} (e^y \sin x + y)dx - (e^y \cos x - 3x)dy \quad , \quad \tilde{I} = \int_{+\partial D} 2x dy \quad ,$$

ove $+\partial D$ indica la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo). Si noti che $I = \tilde{I}$: perchè ? Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green, calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale doppio esteso al dominio D .

2) Data in $\mathbb{R}$ la funzione $2\pi-$periodica individuata in $[-\pi, \pi]$ da:

$$f(x) = \pi - |x| \qquad , \qquad x \in [-\pi, \pi],$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme ? E in $\mathbb{R}$? Perchè ? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$

$$f(z) = \cos z - \frac{3}{(z^2+4)} \qquad ,$$

Determinarne:

a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = i$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
d) lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = -2i$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I
(verbalizzato in data ....) FIRMA ....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO ____________________

ORALE ____________________