

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
PREAPPELLO (15.12.2007) A.A.2007/08

COGNOME E NOME N.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore **COMPITO B**

1) Detto D il **dominio regolare** di \mathbb{R}^2 definito da

$$\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x^2 + 4y^2 \leq 4, y \leq 0\}$$

calcolare

$$I = \int_{+\partial D} \left(3y^2 + \frac{x}{x^2 + 4y^2} \right) dx + \frac{4y}{x^2 + 4y^2} dy, \quad \tilde{I} = \int_{+\partial D} 3y^2 dx,$$

ove $+\partial D$ indica la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo). Si noti che $I = \tilde{I}$: perchè? Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green, calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale doppio esteso al dominio D .

2) Data in \mathbb{R} la funzione periodica, **dispari**, di *periodo* $\mathbf{T} = 2\pi$ individuata in $[-\pi, 0)$ da:

$$f(x) = \begin{cases} 4x|x| + \pi^2 & x \in [-\pi/2, 0], \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases} \quad (0.1)$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme? E in \mathbb{R} ? Perchè? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la funzione di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$

Determinarne:
$$f(z) = \log(z^2 - 4i), \quad z \in \mathbb{C}$$

- a) l'insieme $E \subset \mathbb{C}$ di definizione ed il campo $A \subset \mathbb{C}$ di olomorfia;
- b) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola;
- c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{z}_0 = i$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Data, poi, la funzione $g(z) = \frac{f(z)}{z}$, scrivere lo sviluppo in serie di Laurent di punto iniziale $z_0 = 0$ determinando la relativa regione di convergenza "a priori" e, poi, verificandola.

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I
(verbalizzato in data) FIRMA

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO _____

ORALE _____
