

ANALISI MATEMATICA II (Ingegneria Clinica)
IV APPELLO A.A.2009/10 23.07.2010

COGNOME E NOMEN.Ro MATR.
LUOGO E DATA DI NASCITA

MOTIVARE CHIARAMENTE TUTTE LE RISPOSTE

Tempo 3 ore

1) Detto D il **dominio regolare** di \mathbb{R}^2 definito da

$$\{D = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | 1 \leq x^2 + y^2 \leq 25\}, \text{ calcolare } I = \int_{+\partial D} X(x, y) dx + Y(x, y) dy,$$

dove $+\partial D$ indica la frontiera del dominio D percorsa in verso antiorario (positivo) e la forma differenziale è:

$$X(x, y)dx + Y(x, y)dy = \left[\frac{x}{x^2 + y^2} + 2x \right] dx + \left[\frac{y}{x^2 + y^2} \right] dy \quad (1)$$

- a. Determinare l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{R}^2$ della forma differenziale $Xdx + Ydy$;
- b. la forma differenziale $Xdx + Ydy$ è esatta in $E \subset \mathbb{R}^2$?
- c. la forma differenziale $Xdx + Ydy$ è esatta in $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^-$? In caso affermativo, determinarne la primitiva;

Verificare il risultato ottenuto mediante l'applicazione delle formule di Green. Calcolare, cioè I mediante un opportuno integrale doppio esteso al dominio $D \subset \mathbb{R}^2$.

2) Data in \mathbb{R} la funzione, di *periodo* $T = 2\pi$ individuata in $[-3\pi/2, \pi/2]$ da:

$$f(x) = \begin{cases} -x - \pi & x \in [-3\pi/2, -\pi], \\ 0 & x \in (-\pi, 0], \\ x & x \in (0, \pi/2), \end{cases} \quad (2)$$

si determini la serie di Fourier ad essa associata, precisando $\forall x \in [-\pi, \pi]$ il valore della somma di tale serie. In tale intervallo la convergenza è uniforme? E in \mathbb{R} ? Perché? Fornire adeguate motivazioni.

3) Data la serie di potenze

$$\sum_{k=1}^{\infty} (k+1)(z-2i)^k, \quad (3)$$

- a. determinarne il campo $A \subset \mathbb{C}$ di convergenza;
- b. indicare un eventuale insieme $B \subset A$ di **convergenza totale**;
- c. calcolare, $\forall z \in A$ la somma della serie $f(z)$ che è definita ed olomorfa in un insieme $E \subset \mathbb{C}$, che è più ampio dell'insieme A , cioè $A \subset E$;

Dichiaro di avere superato con esito positivo l'esame di ANALISI MATEMATICA I (verbalizzato in data

FIRMA.....

Riservato alla Commissione di Esame

SCRITTO

ORALE
