ANALISI MATEMATICA II (Clinica) A. A. 2009/10
ESERCITAZIONE SCRITTA n.4

Tempo 2 ore

Date le funzioni di variabile complessa $f : E \subset \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{C}$

$$z \longmapsto f(z)$$

1) $f(z) = \dfrac{z^2}{1+z^2}, \qquad f(z) = \dfrac{4z}{(z-1)^2}$

2) $f(z) = \dfrac{2i-z}{4+z^2}, \qquad f(z) = \log(1+z^3)$

3) $f(z) = e^z, \qquad f(z) = \dfrac{z}{(z-4i)(z-2)}$

a) l'insieme di definizione $E \subset \mathbb{C}$;

b) l'insieme di olomorfia $A \subset \mathbb{C}$;

c) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $z_0 = 0$, determinando a priori (e, poi, verificandone l'esattezza) la regione di convergenza dello sviluppo stesso;

d) lo sviluppo in serie di Taylor di punto iniziale $\tilde{z}_0 = 2i$, precisando anche la regione di convergenza dello sviluppo stesso.

4) Dato in $\mathbb{R}^2$ il dominio

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x\right\}$$

calcolare l'integrale doppio

$$I = \frac{\sqrt{2}}{2} \iint_D xy^2 dxdy.$$

Verificare il risultato ottenuto applicando le formule di Green-Gauss e, cioè, calcolando un opportuno integrale curvilineo esteso alla frontiera del dominio $+\partial D$ (dove $+$ indica il verso positivo di percorrenza su ∂D) .