

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Fissato nello spazio un sistema di riferimento affine, siano dati il piano $\pi : 3x - 2y + z - 1 = 0$ e i punti $A := (2, -2, 3)$ e $B := (-3, 1, 1)$.

2

(a) Determinare la disequazione del semispazio delimitato da π e contenente A e la disequazione del semispazio delimitato da π e contenente B .

Semispazio contenente A : Semispazio contenente B :

Motivazione:

2

(b) Il segmento di estremi A e B interseca il piano π ?

Sì No

Motivazione:

2. Sia dato un omomorfismo di spazi vettoriali $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^4$.

Sia $f(1, 2, 0, 1, 0) = (0, 0, 0, 0)$ e $f(0, 1, 2, 0, 0) = (0, 0, 0, 0)$.

2

(a) L'omomorfismo f è suriettivo?

- sicuramente sì
- sicuramente no
- i dati assegnati non permettono di stabilire se f è suriettivo o no

Motivazione:

2

(b) Si consideri il vettore $\mathbf{v} := (1, 0, 0, 0, 0)$ di \mathbb{R}^5 . Esiste in \mathbb{R}^5 un vettore \mathbf{w} diverso da \mathbf{v} tale che $f(\mathbf{v}) = f(\mathbf{w})$?

- sicuramente sì
- sicuramente no
- i dati assegnati non permettono di stabilire se esiste un vettore \mathbf{w} o no

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Sia E il sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^4 generato dai vettori $\mathbf{u} := (0, 2, 0, 1)$, $\mathbf{v} := (3, 0, 2, 0)$.

3

(a) Per quali valori del parametro reale k il vettore $\mathbf{w} := (0, 2, k - k^2, k^2)$ appartiene ad E ?

Motivazione:

2

(b) Si consideri il sottospazio $F := \{(x, y, z, w) \mid x + y - z + w = 0\}$. Determinare una base per $E \cap F$.

Motivazione:

2

(c) La dimensione di $E + F$ è:

Motivazione:

4. Sia A la matrice a coefficienti reali:

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2

(a) Detto f l'endomorfismo di \mathbb{R}^3 la cui matrice rappresentativa rispetto alla base canonica è A , calcolare $f(-2, 1, -2)$:

Motivazione:

2

(b) Per quali valori di k il vettore $(1, 0, k)$ è autovettore di f ?

Motivazione:

3

(c) Determinare la matrice rappresentativa di f rispetto alla base di \mathbb{R}^3 formata dai vettori $(-2, 1, -2)$, $(1, 0, 2)$, $(1, 1, 1)$.

$$B := \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)$$

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano siano dati i punti $A := (1, 4)$, $B := (-2, 1)$ e $C := (2, 7)$.

2

- (a) Determinare un punto D tale che $ABCD$ sia un parallelogramma (fare attenzione all'ordine dei vertici).

$D = (\quad , \quad)$

Motivazione:

2

- (b) L'area del parallelogramma $ABCD$ è:

Motivazione:

3

- (c) Sia s la retta passante per i punti C e D e siano E e F le proiezioni ortogonali su s di A e B rispettivamente. L'area del rettangolo $ABFE$ è uguale a:

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, siano dati il punto $A := (2, 1, 3)$ e la retta

$$r : \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ x - 2z = 0 \end{cases}$$

2	
---	--

(a) Il piano π contenente r e passante per il punto A ha equazione:

Motivazione:

2	
---	--

(b) Il piano σ ortogonale a r e passante per il punto A ha equazione:

Motivazione:

3	
---	--

(c) La distanza tra il punto A e la retta r è:

Motivazione: