

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

ISTRUZIONI

- La prova dura 3 ore.
- **Ti sono stati consegnati tre fogli, stampati fronte e retro. Come prima cosa scrivi su ciascuno di essi negli spazi predisposti il tuo nome, cognome e numero di matricola.**
- A fianco di ciascuna domanda è presente un doppio riquadro: in quello di sinistra è indicato il punteggio corrispondente alla domanda in caso di risposta completamente corretta; quello di destra è a disposizione della commissione per la correzione.
- I punteggi sono espressi in trentesimi. Un punteggio compreso tra 30 e 32 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi; un punteggio di almeno 33 corrisponde ad un voto di 30 trentesimi e lode.
- Per le risposte utilizza unicamente gli spazi riquadrati già predisposti. Quando richiesto, le risposte vanno motivate brevemente, ma in maniera comprensibile.
- Se devi cambiare qualche risposta che hai già scritto sul foglio, fai in modo che sia chiaro per chi correggerà il tuo compito quale sia la risposta definitiva. Se la risposta risultasse poco leggibile, chiedi al docente un nuovo foglio e ritrascrivi su questo foglio tutte le risposte che hai dato.
- **Al termine della prova devi consegnare unicamente i fogli che ti sono stati consegnati dal docente. Non saranno ritirati eventuali fogli di brutta copia, integrazioni e simili.**

1. Sia dato, al variare del parametro reale k , il sottospazio affine E_k di \mathbb{R}^3 così definito:

$$E_k := \{(x, y, z) \mid 2x - 3y + 4z = k^2 - k\}$$

2

(a) Determina i valori di k per cui E_k è un sottospazio vettoriale di \mathbb{R}^3 :

Motivazione:

2

(b) Scegli k_1 tale che E_{k_1} sia un sottospazio vettoriale e k_2 tale che E_{k_2} non sia un sottospazio vettoriale.

Valori scelti: $k_1 =$ $k_2 =$

Il sottospazio affine E_{k_2} è parallelo al sottospazio vettoriale E_{k_1} ?

Sì No

Motivazione:

2. Fissato nel piano un sistema di riferimento affine sia data la retta:

$$r : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 4 - t \end{cases}$$

2	
---	--

(a) Il segmento di estremi $A := (1, 2)$ e $B := (2, 5)$ interseca la retta r ?

Sì No

Motivazione:

2	
---	--

(b) La semiretta di origine $A := (1, 2)$ e contenente $C := (1, 4)$ interseca la retta r ?

Sì No

Motivazione:

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

3. Sia $f : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'omomorfismo definito da: $f(x, y, z, w) := (x+2z+w, 2x+y+5z, 2x+2y+6z-2w)$.

2

(a) Determinare una base dell'immagine f .

--

Motivazione:

--

3

(b) Il vettore $\mathbf{v} := (1, 1, 0)$ appartiene all'immagine di f ?

sì no

Motivazione:

--

3

(c) Esistono due vettori distinti \mathbf{u} e \mathbf{w} di \mathbb{R}^4 tali che $f(\mathbf{u}) = f(\mathbf{w})$?

sì no

Motivazione:

--

4. Sia data la matrice: $A_k := \begin{pmatrix} 0 & k-1 & 1-k \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ dove k è un parametro reale.

2

(a) Determinare gli autovalori di A_k .

Motivazione:

2

(b) Determinare i valori di k per cui A_k è diagonalizzabile.

Motivazione:

Scegliere uno degli eventuali valori di k determinati al punto b (se ce n'è più di uno) e utilizzarlo nel resto dell'esercizio:

Valore di k scelto:

3

(c) Determinare una matrice diagonale D e una matrice invertibile M tali che $D = M^{-1}A_kM$.

$$D := \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \quad M := \left(\begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right)$$

COGNOME.....NOME.....N. MATRICOLA.....

5. Fissato nel piano un sistema di riferimento cartesiano sia dato il punto $A := (3, 2)$ e la retta $r : 2x + y - 13 = 0$.

2

- (a) Il simmetrico B di A rispetto a r ha coordinate:

$$B = (\quad , \quad)$$

Motivazione:

2

- (b) Determina tutti i punti C tali che ABC sia un triangolo equilatero.

Motivazione:

3

- (c) Fissato uno dei punti C determinati al punto precedente si trovi il perimetro e l'area del triangolo ABC

--	--

Motivazione:

6. Fissato nello spazio un sistema di riferimento cartesiano, si considerino i punti $A := (0, 2, 0)$, $B := (1, 3, 3)$, $C := (4, 5, 5)$, e $D := (1, 2, k)$.

2

- (a) Determinare i valori di k per cui i punti A , B , C e D sono complanari:

Motivazione:

2

- (b) Fissato il valore di k determinato alla domanda precedente, determinare l'equazione del piano passante per i punti A , B , C e D :

Motivazione:

3

- (c) La distanza tra il punto C e la retta r passante per A e B è:

Motivazione: