Questo documento riporta:

- **M**otivazioni **A**lternative (**M.A.**). Mostriamo risoluzioni dell'esercizio differenti da quelle inserite nelle soluzioni. Alcune volte queste richiedono meno calcoli.
- **I**mpariamo **D**agli **E**rrori **A**ltrui (**I.D.E.A.**)
- **A**pprofondimenti **U**lteriori (**A.U.**)

I testi utilizzati si riferiscono a quelli della prima versione.

Esercizio 2(a)

I.D.E.A. Diversi studenti hanno considerato la matrice

$$N := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k \end{pmatrix}.$$

le cui colonne sono date dalle coordinate dei punti A, B, C e D invece della matrice M le cui colonne si ottengono come componenti dei vettori $B - A$, $C - A$ e $D - A$: il determinante della matrice N non ci dà tuttavia alcuna informazione sul fatto che i punti siano complanari o meno.

I.D.E.A. Alcuni studenti hanno considerato correttamente la matrice

$$M := \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & k \end{pmatrix}.$$

e poi ne hanno calcolato il determinante. La matrice M, tuttavia, non è una matrice quadrata e, quindi, non ha senso calcolarne il determinante.

Esercizio 2(b)

I.D.E.A. Molti studenti hanno detto che esiste un iperpiano contenente i punti A, B, C e D quando i punti non sono complanari. In realtà anche se i punti non sono complanari esiste un iperpiano che li contiene (anzi in questo caso sono infiniti); se invece i punti non sono complanari di iperpiani che li contengono ne esiste uno solo.

Esercizio 3(a)

A.U. Si noti che per stabilire quando $\mathbf{v}$ è un autovettore non è necessario determinare esplicitamente il polinomio caratteristico di A_k né, tantomento, i suoi autovalori e autovettori.

Esercizio 3(c)

I.D.E.A. Alcuni studenti hanno scritto che la matrice A_k è diagonalizzabile se e solo se A_k è simmetrica. Così non è: una matrice è diagonalizzabile con matrice di passaggio ortogonale se e solo se è simmetrica.

Esercizio 4(b)

I.D.E.A Alcuni studenti hanno preso come base di F i vettori $(1, -1, 1, 0)$, $(1, 0, -1, 1)$ ottenuti dai coefficienti delle equazioni che definiscono F questi non sono tuttavia vettori di F: per trovare una base di F occorre risolvere il sistema che definisce F.

I.D.E.A Alcuni studenti hanno calcolato correttamente la dimensione di $E+F$ usando la formula di Grassmann: hanno poi preso come base 3 vettori della base canonica. Non c'è però alcun motivo per cui tali vettori debbano appartenere a $E + F$.

Esercizio 4(c)

I.D.E.A Alcuni studenti hanno scritto che un vettore generico di F è del tipo (x, y, z, w) senza imporre ulteriori condizioni: così facendo si prende però un generico vettore di $\mathbb{R}^4$ che potrebbe non appartenere a F.

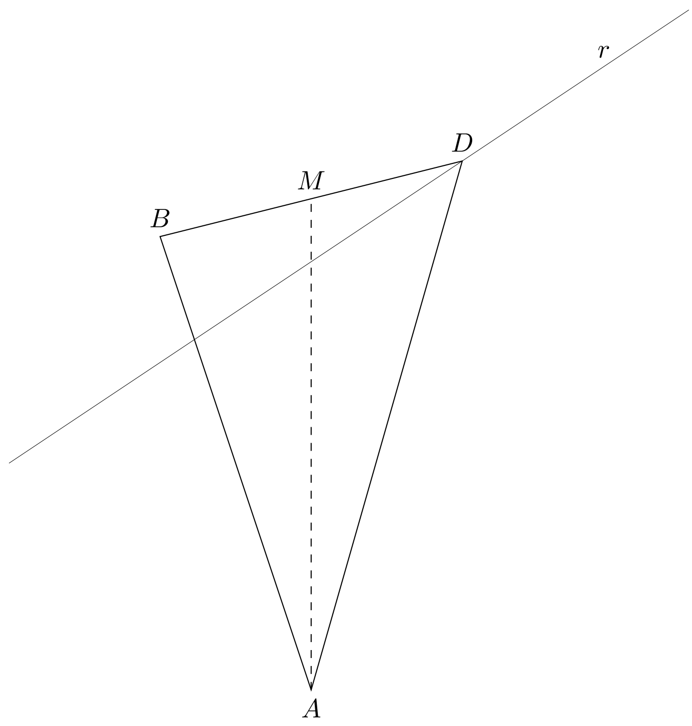
I.D.E.A Alcuni studenti hanno scritto che non esiste nessun vettore ortogonale sia a $\mathbf{u}$ che a $\mathbf{v}$ perché i due vettori $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ non sono tra loro paralleli (oppure ortogonali). Questo però non influenza in alcun modo il fatto che possa esserci un vettore ortogonale a entrambi.

Esercizio 5(a-b)

I.D.E.A Alcuni studenti hanno scritto che una retta parallela all'asse x ha equazione del tipo $x = k$. Così non è: le rette parallele all'asse x hanno equazione del tipo $y = k$, quelle parallele all'asse y hanno equazione del tipo $x = k$.

Esercizio 5(b)

I.D.E.A. Alcuni studenti hanno trovato che la retta parallela all'asse y e passante per A ha equazione $x - 3 = 0$ e hanno poi intersecato tale retta con la retta r assegnata. Hanno poi scritto che tale punto è il punto medio del lato BD: tuttavia non è tale punto che deve appartenere a r ma il punto D.



Esercizio 6(b)

I.D.E.A. Alcuni studenti, hanno scelto come centro della sfera T un punto a caso di π: tuttavia, in tal caso, anche supponendo che la sfera passi per il punto P, non c'è alcuna garanzia che il piano π sia tangente in P alla sfera cercata. Ciò avviene se e solo se la retta congiungente il centro della sfera e il punto P è ortogonale al piano π.

Esercizio 6(c)

I.D.E.A. Diversi studenti hanno scritto che il segmento congiungente i centri delle due sfere è il diametro della circonferenza e, quindi il suo raggio è uguale alla metà della distanza dei due centri. Tuttavia i centri delle due sfere non appartengono nemmeno alla circonferenza intersezione: per rendersene conto basta osservare che il centro di una sfera non appartiene alla sfera stessa (così come il centro di una circonferenza non appartiene alla circonferenza stessa).