



SAPIENZA - Università di Roma
Corsi di laurea in Ing. Meccanica e Ing. Elettrotecnica

Corso di Fisica I
Proff. Andrea Bettucci e Marco Rossi

Prova di esame del 18 gennaio 2013 - a.a. 2011-12



Risolvere, prima analiticamente e poi numericamente, gli esercizi seguenti. L'esercizio 3 non deve essere svolto da parte degli studenti che sostengono la prova da 6 CFU.

1. Un'auto di massa $M=1000$ kg durante il moto risente di una forza resistente (risultante dell'attrito con l'asfalto e della resistenza dell'aria) di ampiezza $F_R = F_A + kv^2$, dove v è la velocità scalare dell'auto, $F_A=350$ N e $k=1.9$ Ns²/m². Sapendo che l'auto, partendo da ferma e mantenendo un'accelerazione costante, è in grado di raggiungere la velocità di 100 km/h in 10 s, determinare l'energia che deve essere spesa (ovvero prodotta dal motore) per poter imprimere tale accelerazione.
2. Determinare la velocità con cui va lanciato dalla superficie della terra un satellite che si vuol porre in orbita geostazionaria. Si consideri nulla la resistenza offerta dall'atmosfera e trascurabile ogni effetto dovuto alla rotazione della terra e all'influenza degli altri corpi celesti. (Si ricordi che un satellite in orbita geostazionaria risulta fermo rispetto alla terra). $M_T= 5,98 \times 10^{24}$ kg; $R_T= 6\,378$ km.
3. Una sfera di metallo di massa $m=1$ kg e densità $\rho=7.8 \cdot 10^3$ kg/m³ è completamente immersa in acqua, ancorata al fondo di un recipiente mediante una molla di costante elastica $k=250$ N/m. Calcolare la spinta di Archimede e valutare se la molla è compressa o allungata, determinando l'allungamento relativo della molla.
4. Calcolare il rendimento di un ciclo reversibile, svolto da un gas perfetto monoatomico e composto da due trasformazioni isoterme a temperature $T_1=400$ K (trasformazione AB) e $T_2=300$ K (trasformazione CD), e da due trasformazioni isocore BC e DA, con $V_C/V_D=2$.
5. Una quantità di calore $Q= 1$ kJ viene fornita, reversibilmente e a pressione costante, a 5 moli di gas perfetto biatomico, contenute in un recipiente adiabatico e inizialmente a temperatura $T_0=300$ K. Si calcoli la variazione di entropia subita dal gas.

Sezione TEORIA

Rispondete facoltivamente, con essenzialità e correttezza, alle seguenti domande.

- T1. Indicare due esempi di forze apparenti e se ne dia la forma generale vettoriale.
- T2. Dimostrare che l'energia interna di un sistema termodinamico è una funzione di stato.



Esercizio N. 1

Il moto è uniformemente accelerato: $v = at \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 2.78 \text{ ms}^{-2}$

L'energia (ovvero il lavoro) prodotta dal motore dovrà garantire il raggiungimento dell'energia cinetica finale dell'auto in presenza del lavoro fatto dalla forza resistente.

$$\Delta K = L_{Mot} + L_R \Rightarrow L_{Mot} = \frac{1}{2} M v_f^2 - \int_0^A (-F_R) ds \Rightarrow L_{Mot} = \frac{1}{2} M v_f^2 + \int_0^{t_f} [F_A + kv^2] v dt$$

$$L_{Mot} = \frac{1}{2} M v_f^2 + \frac{a}{2} \left(F_A t_f^2 + \frac{k a^2}{2} t_f^4 \right) = 4.93 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Esercizio N. 2

Si ha conservazione dell'energia meccanica:

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{1}{2} m_s v_i^2 - G \frac{m_s M_T}{R_T} = \frac{1}{2} m_s v_f^2 - G \frac{m_s M_T}{R_{OG}} = -\frac{1}{2} G \frac{m_s M_T}{R_{OG}} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow v_i^2 = \left[2 G M_T \left(\frac{1}{R_T} - \frac{1}{2 R_{OG}} \right) \right]$$

Considerando che un satellite in orbita geostazionaria (circolare di raggio R_{OG}) ha lo stesso periodo di rivoluzione della Terra ($T=24\text{h}$), dalla terza legge di Keplero si ha:

$$\frac{R_{OG}^3}{T^2} = G \frac{M_T}{4\pi^2} \Rightarrow R_{OG} = 4.22 \cdot 10^4 \text{ km} \Rightarrow v_i = 10.76 \text{ km/s}$$

Esercizio N. 3

$$\text{Spinta di Archimede: } F_A = \rho_{\text{fluido}} \frac{m_{\text{sfera}}}{\rho_{\text{sfera}}} g = 1.25 \text{ N}$$

$$\text{All'equilibrio: } \sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \Rightarrow \quad F_A - mg + k\Delta x = 0$$

$$\Delta x = -3.4 \text{ cm} \quad \text{La molla è quindi compressa}$$

Esercizio N. 4

$$\eta = \frac{L}{Q_{\text{ass}}} = \frac{Q_{\text{ass}} + Q_{\text{ced}}}{Q_{\text{ass}}} = 1 + \frac{Q_{\text{ced}}}{Q_{\text{ass}}}$$

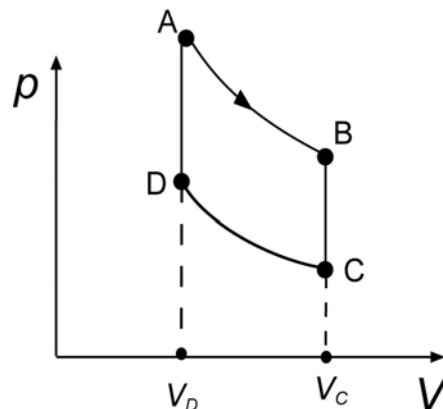
$$Q_{AB} = nRT_1 \ln \frac{V_B}{V_A} = nRT_1 \ln 2 > 0$$

$$Q_{BC} = nc_V(T_2 - T_1) < 0$$

$$Q_{CD} = nRT_2 \ln \frac{V_D}{V_C} = nRT_2 \ln \frac{1}{2} < 0$$

$$Q_{DA} = nc_V(T_1 - T_2) > 0$$

$$\eta = 16.2\%$$



Esercizio N. 5

Indicando con T_F la temperatura finale del gas ed essendo $c_p = 7/2R$:

$$Q = nc_p(T_F - T_0) \quad \Rightarrow \quad T_F = T_0 + \frac{Q}{nc_p} = 307 \text{ K}$$

$$\Delta S = \int_{T_0}^{T_F} \frac{dQ}{T} = nc_p \int_{T_0}^{T_F} \frac{dT}{T} = nc_p \ln \frac{T_F}{T_0} = 3.3 \text{ J/K}$$
