

## PROVA SCRITTA DI ANALISI 1 DEL 3.9.2020

### Esercizio 1 (14 PUNTI)

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = x - 2|\arctan(x - 1)|$$

individuando in particolare eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità.

### Esercizio 2 (7 PUNTI)

Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{\ln x}{x(1 - \ln^2 x)} \\ y(1) = 1 \end{cases} .$$

Qual è l'intervallo di definizione della soluzione del problema di Cauchy?

### Esercizio 3 (7 PUNTI)

Risolvere la seguente equazione

$$(z^2 - 1)^2 + (z^2 - 1) + 1 = 0 \quad , \quad z \in \mathbf{C} ,$$

graficando le soluzioni nel piano di Gauss.

### Esercizio 4 (7 PUNTI)

Studiare il carattere della successione

$$a_n = \arcsin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)$$

e della serie ad essa associata, al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

### Esercizio 5 (7 PUNTI)

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x) - \ln(e^x - \sin x)}{x \sinh x} .$$