

PROVA SCRITTA DI ANALISI 1 DEL 14.1.2021

Esercizio 1 (11 PUNTI)

Data la funzione

$$f(x) = \arcsin x + \sqrt{1 - x^2},$$

determinarne il dominio, la derivata prima e la derivata seconda, gli intervalli di monotonia e gli eventuali punti di minimo e di massimo, relativi e assoluti, convessità e concavità, eventuali punti di flesso. Stabilire inoltre il valore del limite della derivata negli estremi dell'insieme di definizione.

Esercizio 2 (10 PUNTI)

Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sinh(2x^2) - \cosh(x^3) - \arctan(2x^2) + 1}{\sin^6(x)}.$$

Qual è l'ordine di infinitesimo del numeratore?

Esercizio 3 (7 PUNTI)

Determinare le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} \bar{z}^2 - \operatorname{Re}(z) - z = 0 \\ |z| \geq 1 \end{cases} \quad ; \quad z \in \mathbb{C}$$

disegnandoli nel piano complesso.

Esercizio 4 (6 PUNTI)

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)!}$$

Esercizio 5 (6 + 1 PUNTI)

Calcolare l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\ln x}{x^3} dx.$$

FAC.: stabilire l'integrabilità della funzione per mezzo dei criteri di integrabilità.