



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
- 

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

09.04.2018 - Compito A

**Giustificare adeguatamente tutti i passaggi**

**Esercizio 1** Calcolare

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t),$$

ove  $k(t)$  è la curvatura della curva

$$\gamma(t) = (t - \sinh t \cosh t, 2 \cosh t), \quad t \geq 0.$$

**Esercizio 2**

Si consideri la funzione  $f : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$  data da  $f(x) = x$  se  $|x| \leq \pi/2$  e  $f(x) = 0$  altrove.

Si determini la serie di Fourier di  $f$  e se ne discuta la convergenza puntuale e uniforme.

**FAC.:** calcolando la somma della serie di Fourier in un opportuno punto, si

determini la somma della serie numerica  $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2}$ .

**Esercizio 3**

Sia  $f$  la funzione di due variabili reali data da

$$f(x, y) = xe^{\frac{xy}{x^2+y^2}},$$

sul suo naturale dominio di definizione.

(1) Si calcoli

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y).$$

Nel caso in cui il limite esista finito, sia  $l$  questo limite e si prolunghi la  $f$  ponendo  $\tilde{f}(0, 0) = l$ .

(2) Calcolare le derivate parziali dell'estensione  $\tilde{f}$  di  $f$  in  $(0, 0)$ .

(3a) L'estensione  $\tilde{f}$  è differenziabile nell'origine?

(3b) In quali punti di  $\mathbb{R}^2$  la  $\tilde{f}$  risulta differenziabile?

**Esercizio 4** Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = x^4 - xy^2 + y^2 - 9.$$

Trovare i punti critici della  $f$  e studiarne la natura.

Stabilire se la funzione ammetta massimo o minimo assoluto.

**Esercizio 5** Dato il campo vettoriale  $\vec{F}(x, y, z) = (y + \sin x)\mathbf{i} + z\mathbf{j} - x\mathbf{k}$ , si calcoli il flusso di  $\text{rot}\vec{F}$  attraverso la superficie

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \frac{x^2}{4} + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0 \right\}$$

dotata di versore normale orientato verso l'alto.

**Esercizio 6**

Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{e^{x^2}y + x}{4x^2 + y^2} dx dy,$$

ove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1, 4x^2 + y^2 \geq 1, x \geq 0\}$ .