



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

09.04.2018 - Compito B

Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

Esercizio 1 Calcolare

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t),$$

ove $k(t)$ è la curvatura della curva

$$\gamma(t) = (2 \cosh t, t - \sinh t \cosh t), \quad t \geq 0.$$

Esercizio 2

Si consideri la funzione $f : [-\pi, \pi) \rightarrow \mathbb{R}$ data da $f(x) = -x$ se $|x| \leq \pi/2$ e $f(x) = 0$ altrove.

Si determini la serie di Fourier di f e se ne discuta la convergenza puntuale e uniforme.

FAC.: calcolando la somma della serie di Fourier in un opportuno punto, si determini la somma della serie numerica $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2}$.

Esercizio 3

Sia f la funzione di due variabili reali data da

$$f(x, y) = ye^{\frac{xy}{x^2+y^2}},$$

sul suo naturale dominio di definizione.

(1) Si calcoli

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y).$$

Nel caso in cui il limite esista finito, sia l questo limite e si prolunghi la f ponendo $\tilde{f}(0, 0) = l$.

(2) Calcolare le derivate parziali dell'estensione \tilde{f} di f in $(0, 0)$.

(3a) L'estensione \tilde{f} è differenziabile nell'origine?

(3b) In quali punti di \mathbb{R}^2 la \tilde{f} risulta differenziabile ?

Esercizio 4 Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = x^2 - x^2y + y^4 + 5.$$

Trovare i punti critici della f e studiarne la natura.

Stabilire se la funzione ammetta massimo o minimo assoluto.

Esercizio 5 Dato il campo vettoriale $\vec{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} + (x + \sin y)\mathbf{j} - y\mathbf{k}$, si calcoli il flusso di $\text{rot}\vec{F}$ attraverso la superficie

$$\Sigma = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + \frac{y^2}{4} + z^2 = 1, z \geq 0 \right\}$$

dotata di versore normale orientato verso l'alto.

Esercizio 6

Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_D \frac{xe^{y^2} + y}{x^2 + 4y^2} dx dy,$$

ove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{x^2}{4} + y^2 \leq 1, x^2 + 4y^2 \geq 1, y \geq 0\}$.