



# SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
- 

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

9.11.2017

**Giustificare adeguatamente tutti i passaggi**

## Esercizio 1

Si consideri l'arco di curva

$$\gamma : \begin{cases} x(t) = 1 - 2t \\ y(t) = t^2 - 4 \\ z(t) = (t + 1)^2 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1. \quad (0.1)$$

Si mostri che la curva è piana e si scriva esplicitamente il vettore binormale.  
Si dimostri che la lunghezza è minore di 5.

## Esercizio 2

Si consideri la funzione  $2\pi$ -periodica tale che nell'intervallo  $[-\pi, \pi)$  è definita da

$$f(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x \in [-\pi, -\frac{\pi}{2}) \\ -1 & \text{se } x \in [-\frac{\pi}{2}, 0) \\ 0 & \text{se } x \in [0, \frac{\pi}{2}) \\ 1 & \text{se } x \in [\frac{\pi}{2}, \pi) \end{cases} \quad (0.2)$$

- 1) Scrivere la serie di Fourier di  $f$ .
- 2) Determinarne la somma.
- 3) Discutere la convergenza puntuale e uniforme della serie di Fourier.

**Esercizio 3**

Si consideri la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = |xy|^{2/3} .$$

Studiare la continuità, l'esistenza delle derivate parziali e direzionali e la differenziabilità di  $f$  nel suo naturale dominio di definizione.

**Esercizio 4**

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = x^4 - y^4$$

- (a) si determinino i punti stazionari di  $f$  e la loro natura.  
(b) si determinino il massimo e il minimo assoluto di  $f$  nel quadrato  $Q$  di vertici  $A = (-1, -1)$  ;  $B = (1, -1)$  ;  $C = (1, 1)$  ;  $D = (-1, 1)$ .

**Esercizio 5**

Si determini il flusso del campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{4x}{x^2 + y^2 + 1} \vec{i} + \frac{3y}{x^2 + y^2 + 1} \vec{j} + \vec{k}$$

attraverso la porzione di cilindro  $x^2 + y^2 = 1$  compresa tra i piani  $z = 0$  e  $z = 1$ , rispetto al versore normale uscente.

**Esercizio 6**

Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_{\Omega} y^2(3 - z) \, dx dy dz$$

ove  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z \leq 3\}$ .