

Ingegneria Civile e Industriale - Ingegneria dell'Informazione

Sede didattica di Latina – a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica 2 – Proff. Bersani e Conti – 11.09.2017

COGNOME

NOME

MATR.

PREFERENZA PROVA DI TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

Esercizio 1

Dato $\alpha \geq 1$, si consideri la funzione 2π -periodica tale che sull'intervallo $(0, 2\pi]$ valga

$$f_\alpha(t) = \begin{cases} \alpha t & 0 < t < 2\pi/\alpha \\ 2\pi & 2\pi/\alpha \leq t \leq 2\pi \end{cases}$$

- 1) Discutere la convergenza (puntuale e uniforme) della serie di Fourier di f .
- 2) Scrivere la serie di Fourier di f .
- 3) Esistono valori di α per cui alcuni coefficienti di Fourier sono nulli?

Esercizio 2

Si consideri la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = x(x^2 + (y - 1)^2)^{4/5} + x.$$

Studiare la continuità, l'esistenza delle derivate parziali e la differenziabilità di f nel suo naturale dominio di definizione. Qualora esistano, calcolare le derivate direzionali in $(0, 1)$.

Esercizio 3

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = e^{x^2+y^2} - x^2 - \frac{1}{2}y^2.$$

- (a) si determinino i punti stazionari di f e la loro natura.
- (b) si determinino il massimo e il minimo assoluto di f nell'insieme

$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 4x^2 + 3y^2 \leq 4, x \geq \frac{1}{2} \right\}.$$

Esercizio 4

Dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = \log(y + 1)e^{x+y} \vec{i} + \left(\frac{1}{y + 1} + \log(y + 1) \right) e^{x+y} \vec{j}$$

stabilire se è conservativo. Calcolare inoltre

$$\int_{\gamma} \vec{F} \cdot \vec{t} \, ds$$

ove γ è l'arco di curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = t \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

e \vec{t} è il versore tangente alla curva.

Esercizio 5

Calcolare l'area della regione limitata del piano compresa tra l'asse $y = 0$ e il grafico della funzione $f(x) = \sqrt{1 - |x|}$.