



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

12.04.2019

Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

TEORIA SCRITTA OPPURE ORALE?

Esercizio 1

Calcolare la lunghezza dell'arco di curva $\gamma : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ dato da

$$\gamma(t) = \left(\frac{t^2}{\sqrt{2}}, \frac{t^2}{\sqrt{2}}, t^3 \right), 0 \leq t \leq 2 .$$

Stabilire se la curva sia piana, chiusa e semplice. Calcolarne inoltre curvatura, torsione e versore binormale.

Esercizio 2

Si consideri $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x) = xe^{x^2} .$$

Si stabilisca se f ammette uno sviluppo in serie di potenze in un intorno di $x_0 = 0$, e in caso affermativo si determini tale sviluppo in serie e il corrispondente raggio di convergenza.

Esercizio 3

Dato $\alpha > 0$ numero intero, sia f_α la funzione di due variabili reali definita da

$$f_\alpha(x, y) = x^\alpha \sin\left(\frac{\pi xy}{x^2 + y^2}\right),$$

sul suo naturale dominio di definizione.

(1) Si calcoli

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f_\alpha(x, y).$$

Nel caso in cui il limite esista in \mathbb{R} , sia l_α detto limite e si consideri il prolungamento \tilde{f}_α della f_α a \mathbb{R}^2 ottenuto ponendo $\tilde{f}_\alpha(0, 0) = l_\alpha$.

(2) Calcolare il gradiente di \tilde{f}_α in $(0, 0)$.

(3) Studiare la differenziabilità di \tilde{f}_α nel piano, al variare di $\alpha > 0$.

Esercizio 4

Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = -3x^4 - 12xy - 2y^6 + 10.$$

Trovare i punti critici della f e studiarne la natura.

La funzione è limitata o illimitata inferiormente?

Esercizio 5

Dato il campo vettoriale $\vec{F}(x, y, z) = \sin(\pi(x-1))\mathbf{i} + (z-x)\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, si calcoli il flusso di \vec{F} uscente dalla frontiera dell'insieme delimitato dai piani di equazioni $x = 0$, $x = 1$, $z + y - 1 = 0$, $z - y - 1 = 0$ e $z = 0$, rispettivamente.

Esercizio 6

Si calcoli l'integrale doppio

$$\iint_D (x^2y + 1) \, dx dy,$$

ove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x-2)^2 + y^2 \leq 4, (x-1)^2 + y^2 \geq 1, y \geq 0\}$.