



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Prof. BERSANI - CONTI

13.09.2018

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
- 

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

**Giustificare adeguatamente tutti i passaggi**

### Esercizio 1

Considerati  $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ ,  $0 < a < b < c < d < \pi$ , sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione  $2\pi$ -periodica tale che

$$f(x) = \begin{cases} 0 & -\pi \leq x \leq a \\ 1 & a < x < b \\ 0 & b \leq x \leq c \\ 1 & c < x < d \\ 0 & d \leq x < \pi \end{cases}$$

Scrivere la serie di Fourier di  $f$  e studiarne la convergenza puntuale e totale.

### Esercizio 2

Si consideri la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x}{\log(x^2+y^2)} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}.$$

Determinare il dominio della  $f$ , e in quali punti la  $f$  risulti continua, o derivabile, o differenziabile.

### Esercizio 3

Sia data la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = xy - \frac{3}{4}y^2.$$

Determinare i punti di massimo e minimo assoluto di  $f$  nel dominio quadrato  $Q$  con vertici nei punti  $A = (1, 0)$ ;  $B = (0, 1)$ ;  $C = (-1, 0)$ ;  $D = (0, -1)$ .

**Esercizio 4**

Per  $t \in \mathbb{R}$ ,  $t > 1$ , sia  $S_t \subset \mathbb{R}^3$  la superficie di equazione  $x^2 - 2tx + y^2 + z^2 = 1 - t^2$ .  
Si consideri inoltre il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = \frac{x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} .$$

Calcolare

$$\lim_{t \rightarrow 1^+} \iint_{S_t} \vec{F} \cdot \vec{n} \, d\sigma ,$$

**Esercizio 5**

Calcolare l'integrale

$$\iiint_{\Omega} [(1+x)y^2 + x^2] \, dx dy dz$$

ove  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 4x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$  .