



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

13.9.2021

Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

TEORIA ORALE O SCRITTA?

DATE DISPONIBILI:

DATE NON DISPONIBILI:

Esercizio 1

Scrivere la serie di Fourier della funzione 2π -periodica, ottenuta come prolungamento dispari della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \cos x & x \in (0, \pi) \\ 0 & x = 0, \pi \end{cases} .$$

Discutere la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie così ottenuta.

Esercizio 2

Studiare la differenziabilità nel piano della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ data da

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2}{y} & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3

Sia data la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = x(x + 2)(x - y^2 + 2) .$$

- (a) Trovare i punti stazionari di f , e studiarne la natura.
- (b) Esistono il massimo e il minimo assoluto di f su \mathbb{R}^2 ? In caso affermativo, determinarli.

Esercizio 4

Stabilire se la forma

$$\omega(x, y) = \left((x + 5) - \frac{y}{x^2 + y^2} \right) dx + \left(y + \frac{x}{x^2 + y^2} \right) dy$$

sia chiusa ed esatta nel suo insieme di definizione.

Sia inoltre T il triangolo di vertici $(-1, -1)$, $(-1, 2)$ e $(2, -1)$. Calcolare $\int_{\partial^+ T} \omega$, ove $\partial^+ T$ è la frontiera di T orientata positivamente.

Esercizio 5

Calcolare il volume del dominio $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ dato da

$$\Omega = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq y, 0 \leq y \leq 1, \frac{1}{y+1} \leq z \leq \frac{1}{x+1} \right\}$$

Esercizio 6

Dopo avere verificato l'esistenza e l'unicità della soluzione, risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + 2y(x) = e^{-x} \ln(e^x + 2) \\ y(0) = 3 \end{cases} .$$