



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
- 

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

16.7.2020

**Giustificare adeguatamente tutti i passaggi**

**TEORIA ORALE O SCRITTA?**

**Esercizio 1**

Sia  $f(x) = e^{-x^2}$ . Scrivere la serie di Taylor di  $f$  con centro  $x_0 = 0$ , determinare il corrispondente raggio di convergenza della serie, e l'insieme dei punti in cui la somma della serie risulti proprio  $f$ .

Sia poi  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$F(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt .$$

Scrivere la serie di Taylor di  $F$  centrata in  $x_0 = 0$ , determinare il corrispondente raggio di convergenza della serie, e l'insieme dei punti in cui la somma della serie risulti proprio  $F$ .

**Esercizio 2**

Si studi la continuità, la derivabilità e la differenziabilità nel piano della funzione

$$f(x, y) = |xy|^\alpha$$

al variare del parametro  $\alpha > 0$ .

**Esercizio 3**

Determinare i punti di massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = \frac{1}{\cosh [(x-1)^2 + (y-1)^2]}$$

nel dominio del piano

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} .$$

**Esercizio 4**

Data la forma differenziale

$$\omega(x, y) = y \left( \log \frac{y}{x} - 1 \right) dx + x \left( \log \frac{y}{x} + 1 \right) dy ,$$

determinarne l'insieme di definizione, indicandone la natura topologica.

In seguito, calcolare l'integrale di linea

$$\int_{\gamma} y \left( \ln \frac{y}{x} - 1 \right) dx + x \left( \ln \frac{y}{x} + 1 \right) dy ,$$

ove  $\gamma(t) = (e^t, 2 + \log(1 + \sin(\pi t)))$ ,  $t \in [0, 1]$ .

**Esercizio 5**

Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_{\Omega} y^2 \, dx dy dz ,$$

ove  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 2(1 - y - z), 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 1 - y\}$ .