



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

18.06.2018 - Compito A

Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

Esercizio 1

Si consideri l'arco di curva regolare γ di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = \frac{t^3}{3} - t \\ z(t) = \frac{t^3}{3} + t \end{cases}$$

per $t \in [0, 1]$.

- 1) Determinare la lunghezza di γ .
- 2) Determinare le coordinate del baricentro di γ .
- 3) Determinare la curvatura in ogni punto di γ .

Esercizio 2

Si determini lo sviluppo di Fourier del prolungamento 2π -periodico dispari della funzione

$$f(x) = \frac{\pi}{2} - \left| x - \frac{\pi}{2} \right|$$

definita nell'intervallo $[0, \pi]$.

Cosa si può dire riguardo alla convergenza puntuale, totale e uniforme di tale sviluppo?

Esercizio 3

Sia α un numero reale **non nullo** e si consideri la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = |x + y|^\alpha .$$

Al variare di α ,

- (1) Determinare l'insieme di definizione.
- (2) Determinare l'insieme di punti di continuità della f .
- (3) Studiare l'esistenza delle derivate parziali della f e, quando possibile, calcolarle.
- (4) In quali punti del dominio la f risulta differenziabile ?

Esercizio 4

Sia data la funzione di due variabili

$$f(x, y) = 2x^3 - 2y^2x .$$

Trovare il massimo e il minimo assoluto di f nel dominio triangolare T di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, 1)$.

Esercizio 5

Dato il campo vettoriale $\vec{F}(x, y) = \left[\frac{2x}{x^2+y^2} + \frac{1}{x^2} \right] \mathbf{i} + \left[\frac{2y}{x^2+y^2} - \frac{1}{y^2} \right] \mathbf{j}$, si calcoli l'integrale di linea

$$\int_{\gamma} \vec{F}(x, y) \cdot d\vec{P} ,$$

con γ la curva $y = \frac{1}{x^2}$, $x \in [1, 2]$.

Esercizio 6

Si determini il volume del dominio tridimensionale

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, x^2 + y^2 \geq 1\} .$$