

### ESERCIZIO 1

Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{1/3}} \left( \frac{2-x}{x} \right)^{n^2}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

- (a) si determini per quali valori di  $x$  sia soddisfatta la condizione necessaria per la convergenza;
- (b) si determini l'insieme di convergenza assoluta;
- (c) si determini l'insieme di convergenza puntuale;
- (d) su quali insiemi si ha convergenza totale?

### ESERCIZIO 2

Si consideri la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2-2\cos(xy)}{x^2} & x \neq 0 \\ y^2 & x = 0 \end{cases}$$

Studiare la continuità, l'esistenza delle derivate parziali e la differenziabilità in  $(0, 0)$ .

### ESERCIZIO 3

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \log(1 + y^2) + \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4}$$

- (a) si determinino i punti stazionari di  $f$  e la loro natura.
- (b) si determinino il massimo e il minimo assoluto di  $f$  in  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

ESERCIZIO 4 Sia  $S$  la superficie grafico della funzione  $z = x^2 - y^2$  nel dominio  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$  e si consideri il campo vettoriale  $\vec{F}(x, y, z) = 2y^2z^2\vec{i} + 3x^2z^2\vec{j} + z^3\vec{k}$  in  $\mathbb{R}^3$ . Calcolare

$$\int_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, d\sigma$$

### ESERCIZIO 5

Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_D (2x + z^2) \, dx \, dy \, dz$$

ove  $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + z^2 \leq y \leq 2\}$ .