

ESERCIZIO 1

Si consideri la serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^{5/3}} \left(\frac{3+x}{x} \right)^{n^2}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

- (a) si determini per quali valori di x sia soddisfatta la condizione necessaria per la convergenza;
- (b) si determini l'insieme di convergenza assoluta;
- (c) si determini l'insieme di convergenza puntuale;
- (d) su quali insiemi si ha convergenza totale?

ESERCIZIO 2

Si consideri la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2-2\cos(xy)}{y^2} & y \neq 0 \\ x^2 & y = 0 \end{cases}$$

Studiare la continuità, l'esistenza delle derivate parziali e la differenziabilità in $(0, 0)$.

ESERCIZIO 3

Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \log(1 + x^2) + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2}$$

- (a) si determinino i punti stazionari di f e la loro natura.
- (b) si determinino il massimo e il minimo assoluto di f in $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

ESERCIZIO 4 Sia S la superficie grafico della funzione $z = 2x^2 - y^2$ nel dominio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ e si consideri il campo vettoriale $\vec{F}(x, y, z) = 3y^2z^2\vec{i} + z^2\vec{j} + 2x^2z^3\vec{k}$ in \mathbb{R}^3 . Calcolare

$$\int_S \vec{F} \cdot \vec{n} \, d\sigma$$

ESERCIZIO 5

Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_D (x + 3y^2) \, dx \, dy \, dz$$

ove $D = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$.