



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

24.6.2021

Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

TEORIA ORALE O SCRITTA?

DATE DISPONIBILI:

DATE NON DISPONIBILI:

Esercizio 1

Determinare la serie di Fourier della funzione 2π -periodica tale che

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \in [-\pi, 0] \\ x & \text{se } x \in [0, \pi) \end{cases}$$

e discuterne la convergenza puntuale, uniforme e totale.

Esercizio 2

Si studi la continuità, la derivabilità e la differenziabilità nell'origine della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\tan(xy) - xy}{(x^2 + y^2)} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases} .$$

Esercizio 3

Trovare e studiare i punti critici della funzione

$$f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-x^2 - y^2} - 1 .$$

Discutere inoltre se la funzione f sia limitata su \mathbb{R}^2 , e se ammetta massimo e/o minimo assoluti. In quest'ultimo caso, esibire tutti i punti di massimo e minimo assoluti.

Esercizio 4

Dato il campo vettoriale su \mathbb{R}^3

$$\vec{F}(x, y, z) = xy \mathbf{i} + y \mathbf{j} + (x + y - yz) \mathbf{k} ,$$

determinare il flusso uscente dalla frontiera del dominio

$$\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq z \leq \frac{1}{2}\}$$

orientata secondo la normale esterna.

Esercizio 5

Calcolare

$$I_\epsilon = \iiint_{D_\epsilon} \left[z \cdot \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - \log(1 + \sqrt{x^2 + y^2})(1 + \sqrt{x^2 + y^2})}{(x^2 + y^2)^{3/2}(1 + \sqrt{x^2 + y^2})} \right] dx dy dz,$$

dove $D_\epsilon = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \epsilon \leq x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq z \leq 1\}$.

Calcolare in seguito $\lim_{\epsilon \rightarrow 0} I_\epsilon$.

Esercizio 6

Stabilire se il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{1 + y^2(x)}{x(1 + x^2)y(x)} \\ y(-1) = -1 \end{cases}$$

ammette soluzione unica. Locale o globale? Perché?

In seguito risolvere esplicitamente il problema.

FAC.: Dov'è definita la soluzione?