SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME.. NOME.. Matr..........................

Corso di Laurea
- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma..

Equazioni differenziali in AN2 ☐

29.01.2018 **<u>Giustificare adeguatamente</u> tutti i passaggi**

Esercizio 1
Si consideri la curva piana (cicloide) di equazioni parametriche

$$\gamma(t) : \begin{cases} x(t) = R(t - \sin t) \\ y(t) = R(1 - \cos t) \end{cases} \quad ; \quad t \in [0, 2\pi] \ . \tag{0.1}$$

a) si calcoli $\displaystyle\int_\gamma \sqrt{y}\ ds$;
b) si calcoli l'ascissa x_B del baricentro della curva;
c) **(FAC:)** si calcoli l'ordinata y_B del baricentro della curva, utilizzando opportunamente le formule di duplicazione per $\sin(t/2)$ e $\cos(t/2)$.

Esercizio 2
Discutere la convergenza puntuale, uniforme e totale della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!\, x^k}{k^k}$$

Esercizio 3
Si consideri la funzione di due variabili reali

$$\begin{cases} \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & se \quad (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & se \quad (x,y) = (0,0) \end{cases} \tag{0.2}$$

Studiare la continuità, l'esistenza delle derivate parziali e direzionali e la differenziabilità di f nel suo naturale dominio di definizione.

Esercizio 4
Si consideri la funzione

$$f(x,y) = \sqrt[3]{(x+1)^2+y^2}$$

(a) si determinino i punti stazionari di f e la loro natura.
(b) si determinino il massimo e il minimo assoluto di f nel dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 - 2x + y^2 = 0\} \ .$$

Esercizio 5
Determinare il flusso uscente del rotore del campo vettoriale

$$\vec{F}(x,y,z) = y\log(1+z)\vec{i} + x\log(2+z)\vec{j} + z\vec{k}$$

attraverso la superficie $\Sigma = \{(x,y,z) \mid z = \sqrt{1-9x^2-4y^2}\}$.

Esercizio 6
Calcolare l'integrale triplo

$$\iiint_\Omega x \, \mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

ove $\Omega = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \leq x \leq 1 \quad ; \quad 0 \leq y \leq 1-x \quad ; \quad 0 \leq z \leq 1-x-y\}$.