



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

29.01.2019

Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

Esercizio 1

Dedurre, dallo sviluppo in serie di potenze di $\sin x$ centrato in $x_0 = 0$, quello della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

stabilendone l'insieme di convergenza.

Una volta verificate le ipotesi di applicabilità del teorema di integrazione per serie nell'intervallo $[-1, 1]$, usando tale sviluppo, esprimere il valore dell'integrale

$$\int_{-1}^1 f(x) dx$$

tramite una serie a segni alterni.

FAC.: stimare il suddetto valore commettendo un errore non maggiore di $\frac{2}{7!7}$, per mezzo del Teorema di Leibniz oppure della formula del resto per gli sviluppi di Taylor.

Esercizio 2

Al variare di $\alpha > 0$, studiare continuità, derivabilità e differenziabilità della funzione

$$f_\alpha(x, y) = \begin{cases} \frac{xy(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)^\alpha} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

nell'insieme di definizione.

Esercizio 3

Studiare l'esistenza di massimi e minimi, relativi e assoluti, per

$$f(x, y) = \frac{xy^2}{x^2 + 1}$$

sull'insieme E , nei due casi

- (a) $E = \mathbb{R}^2$;
 (b) $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\}$.

Esercizio 4

Si calcoli il flusso del campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = (-x + y^2(z+1)) \mathbf{i} + (z^2 - y) \mathbf{j} - z \mathbf{k}.$$

attraverso la superficie chiusa $S = S_1 \cup S_2$, ove

$$S_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = -\sqrt{1-x^2-y^2}, x^2+y^2 \leq 1\},$$

$$S_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid z = 1-x^2-y^2, x^2+y^2 \leq 1\}.$$

Esercizio 5

Calcolare l'integrale

$$\iint_D |x-y| dx dy$$

ove $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}} \right\}$.

Esercizio 6

Calcolare l'integrale curvilineo

$$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \frac{xdx + ydy + zdz}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z}}$$

lungo il segmento congiungente i punti $P_1 = (1, 1, 1)$ e $P_2 = (2, 2, 2)$.