SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME.. NOME.. Matr..........................

Corso di Laurea
- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma..

Equazioni differenziali in AN2 ☐

29.10.2018

<u>Giustificare adeguatamente</u> tutti i passaggi

Esercizio 1

Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la funzione 2π-periodica e **dispari** tale che

$$f(x) = \{x\}\,, x \in [0, \pi), \qquad f(-\pi) = 0$$

dove $\{x\}$ indica la *parte decimale* o *mantissa* del numero x.

Scrivere la serie di Fourier di f e studiarne la convergenza puntuale e uniforme e la somma.

Esercizio 2

Si consideri la funzione di due variabili reali

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy)}{x} & x \neq 0 \\ y & x = 0 \end{cases}.$$

Determinarne il dominio e dire in quali punti del piano la f risulti continua, o derivabile, o differenziabile.

Esercizio 3
Sia data la funzione di due variabili reali

$$f(x, y) = 1 + xy - x - y \ .$$

(1) Determinare i punti di massimo e minimo assoluto di f nel dominio $D \subset \mathbb{R}^2$ delimitato dalla parabola $y = x^2$ e dalla retta $y = 4$.

(2) Stabilire se f e $1/f$ risultino limitate nel loro insieme di definizione.

Esercizio 4
Si calcoli il flusso del campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y, z) = x^2 y(z + 1)\,\mathbf{i} + z\,\mathbf{j} + yz\,\mathbf{k} \ .$$

attraverso la superficie di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(\theta, t) &= 3\cos\theta \\ y(\theta, t) &= 3\sin\theta \qquad \theta \in [0, 2\pi], t \in [0, 2] \\ z(\theta, t) &= t \end{cases}$$

Esercizio 5
Calcolare l'integrale

$$\iiint_\Omega y^2 \,\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z$$

ove Ω è il tetraedro in $\mathbb{R}^3$ di vertici $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ e $(0, 0, 1)$.

Esercizio 6
Data la curva

$$\mathbf{r}(t) = \sqrt{2}\sin t\mathbf{i} + (t + \cos t)\mathbf{j} + (t - \cos t)\mathbf{k} \ ,$$

determinarne curvatura, torsione e lunghezza, nell'intervallo $[0, 2\pi]$.