SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME... NOME... Matr..........................

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
-

firma...

Equazioni differenziali in AN2 ☐

29.4.2020

Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

TEORIA ORALE O SCRITTA?

DATE PREFERIBILI?

DATE NON DISPONIBILI?

Esercizio 1

Si consideri la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ottenuta per prolungamento periodico di

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right), \quad x \in [0, 2\pi) \ .$$

Scrivere la serie di Fourier di f e discuterne la convergenza puntuale, uniforme e totale.

Esercizio 2

Studiare continuità, derivabilità, parziale e direzionale, e differenziabilità in $\mathbb{R}^2$ della funzione di due variabili

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\left(e^{x^2+y^2}-1\right)^2}{x^4+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases} \ ,$$

calcolando esplicitamente le derivate parziali $\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$ e le derivate direzionali in $(x,y) = (0,0)$.

Esercizio 3
Determinare i punti di massimo e di minimo assoluto della funzione

$$f(x,y) = \arctan\left(2x^2 + 2y^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2\right)$$

nel dominio del piano T delimitato dal triangolo di vertici $(0,0)$, $(0,1)$ e $(1,0)$.

Esercizio 4
Calcolare il flusso del campo vettoriale

$$\vec{F}(x,y,z) = -y\,\mathbf{i} + \left(x - \frac{1}{2}\right)\mathbf{j} + \frac{\cos(z)}{\cos(1+x)}\,\mathbf{k}$$

uscente dalla superficie frontiera del dominio delimitato dal cilindro di equazione $x^2 - x + y^2 = 0$ e dai piani di equazione $z = -3\pi/2$ e $z = 1 + x$, rispettivamente.

Esercizio 5
Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D (x^2 + 4y^2)e^{-x^4-16y^4-8x^2y^2}\ \mathrm{d}x\mathrm{d}y\ ,$$

ove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 - 3y^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4 - 3y^2,\ 2y \geq |x|\}$.

Esercizio 6
Determinare insieme di definizione e insieme di esattezza della forma differenziale

$$\omega(x.y) = \frac{x}{y\sqrt{x^2+y^2}}\ dx - \left(\frac{x^2 + \sqrt{x^2+y^2}}{y^2\ \sqrt{x^2+y^2}}\right)\ dy\ ,$$

individuando tutte le primitive della forma stessa.