



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea

- Ambiente Territorio e Risorse
- Informazione
- Meccanica
- 

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

28.1.2021

**Giustificare adeguatamente tutti i passaggi**

**TEORIA ORALE O SCRITTA?**

**Esercizio 1**

Determinare l'insieme di convergenza puntuale, assoluta, uniforme e totale della serie di funzioni

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(kx)}{k!} .$$

Dimostrare che, per ogni  $x \in \mathbb{R}$ , vale l'identità

$$e^{\cos x} \cos(\sin x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\cos(kx)}{k!} .$$

(Suggerimento: utilizzare il fatto che  $e^z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{k!}$  per ogni  $z \in \mathbb{C}$ , e la formula di Eulero  $e^{iy} = \cos y + i \sin y$ , per ogni  $y \in \mathbb{R}$ .)

**Esercizio 2**

Si studi la la continuità, la derivabilità e la differenziabilità nel piano della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x|+|y|} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases} .$$

**Esercizio 3**

Determinare i punti di massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^2 - \log(1 + y^2) + e^{-y^2}$$

nel dominio del piano

$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} .$$

**Esercizio 4**

Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{xy}{(1 - x^2 - y^2)^2} dx + \frac{1 - x^2 + y^2}{2(1 - x^2 - y^2)^2} dy$$

determinarne l'insieme di definizione e calcolare l'integrale  $\int_{\gamma} \omega$ , ove  $\gamma$  è una curva regolare con sostegno contenuto nel dominio di  $\omega$  ed estremi iniziale e finale i punti  $(2, 0)$  e  $(0, 2)$ , rispettivamente.

**Esercizio 5**

Calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D |x| dx dy ,$$

ove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 1)^2 + y^2 \leq 1, (x, y) \notin T\}$  e  $T$  è il triangolo di vertici  $(-2, 0)$ ,  $(-1, 1)$  e  $(0, 0)$ .

**Esercizio 6**

Data la curva  $\gamma(t) = (e^{-t}, 4e^{t/2}, e^{2t})$  ,  $t \in [0, 1]$ ,

- stabilire se la curva sia regolare, chiusa, semplice;
- determinarne la lunghezza;
- calcolarne il versore tangente e il versore binormale per  $t = 0$ .