

# ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

29/01/2008

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

## Testo A

Cognome ..... Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con  $a \in \mathbb{R}_+$  e stabilirne la natura topologica:

$$f(x, y) = \arctg(|x + y|^a)$$

Studiare al variare di  $a \in \mathbb{R}_+$  continuità e derivabilità parziale nel punto  $(0, 0)$ .

Fac. Se  $a \in \mathbb{R}$  cosa cambia?

2) Data la forma differenziale

$$\omega = [\cos(xy) - xy \sin(xy)]dx - x^2 \sin(xy)dy$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$  e dire se è ivi esatta. In caso affermativo, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi  $\int_{+\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = 2 \sin t, \quad t \in [0, \pi/4]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y''' + 2y'' + y' = 0$$

Dire se ammette soluzioni limitate su  $\mathbb{R}$ .

**TEORIA.** Dare la definizione di derivata parziale e di differenziale primo e poi darne l'interpretazione geometrica.

# ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

29/01/2008

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

## Testo B

Cognome ..... Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con  $a \in \mathbb{R}_+$  e stabilirne la natura topologica:

$$f(x, y) = e^{|x+y|^a}$$

Studiare al variare di  $a \in \mathbb{R}_+$  continuità e derivabilità parziale nel punto  $(0, 0)$ .

Fac. Se  $a \in \mathbb{R}$  cosa cambia?

2) Data la forma differenziale

$$\omega = (e^{x^2} 2xy)dx + e^{x^2} dy$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$  e dire se è ivi esatta. In caso affermativo, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi  $\int_{+\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t, \\ y = t^2, \quad t \in [0, 1]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV} - 2y''' + y'' = 0$$

Dire se ammette soluzioni limitate su  $\mathbb{R}$ .

**TEORIA.** Enunciare il Teorema di Stokes (o del rotore) in  $\mathbb{R}^3$  e dimostrare che ogni campo conservativo piano di classe  $C^1$  è irrotazionale. Quando è vero il viceversa?

# ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

29/01/2008

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

## Testo C

Cognome ..... Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con  $a \in \mathbb{R}_+$  e stabilirne la natura topologica:

$$f(x, y) = \arctg(|(x - 1) + (y - 1)|^a)$$

Studiare al variare di  $a \in \mathbb{R}_+$  continuità e derivabilità parziale nel punto  $(1, 1)$ .

Fac. Se  $a \in \mathbb{R}$  cosa cambia?

2) Data la forma differenziale

$$\omega = [\sin(xy) + xy \cos(xy)]dx + x^2 \cos(xy)dy$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$  e dire se è ivi esatta. In caso affermativo, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi  $\int_{+\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = \sin t, \quad t \in [0, \pi/4]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y''' - 2y'' = 0$$

Dire se ammette soluzioni limitate su  $\mathbb{R}$ .

**TEORIA.** Dare la definizione di forma differenziale esatta e l'interpretazione fisica dell'integrale curvilineo di una forma esatta lungo una curva regolare piana.

# ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

29/01/2008

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

## Testo D

Cognome ..... Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con  $a \in \mathbb{R}_+$  e stabilirne la natura topologica:

$$f(x, y) = e^{|(x-2)+(y-2)|^a}$$

Studiare al variare di  $a \in \mathbb{R}_+$  continuità e derivabilità parziale nel punto  $(2, 2)$ .

Fac. Se  $a \in \mathbb{R}$  cosa cambia?

2) Data la forma differenziale

$$\omega = (e^{y^2})dx + (e^{y^2} 2xy)dy$$

determinare il suo insieme di definizione  $A$  e dire se è ivi esatta. In caso affermativo, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi  $\int_{+\gamma} \omega$  dove  $\gamma$  è la curva di equazioni

$$\begin{cases} x = t, \\ y = 4t^2, \quad t \in [0, 1]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV} - 2y''' = 0$$

Dire se ammette soluzioni limitate su  $\mathbb{R}$ .

### **TEORIA.**

*Studenti Prof.sse Lancia e Vacca:* Dare la definizione di continuità e dimostrare il Teorema sulle derivate localmente limitate;

*Studenti Prof. Bersani:* Dare la definizione di differenziabilità e dimostrare la Formula del gradiente.