



# SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI - 30 giugno 2017

## TURNO MATTUTINO

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea  Ambiente Territorio e Risorse  
 Informazione  Meccanica

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

### Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

**EX. 1** Si studino la convergenza *puntuale* ed *uniforme* della successione

$\phi_n(x) = \frac{\operatorname{tg}\left(\frac{x}{n}\right)}{1+x^{2n}}$ ,  $n > 1$ , nell'intervallo  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ . Cosa si può dire sulla convergenza *semplice*, *assoluta* e *totale* della serie  $\sum_{n=1}^{+\infty} \phi_n(x)$  nell'intervallo  $[-1,1]$  ?

**EX.2** Si consideri la funzione  $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{\sin(x^5 + y^5)}{x^2 + y^4} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \end{cases}$ .

Stabilire se in  $(0, 0)$  essa è continua, derivabile secondo una data direzione, differenziabile.

**EX.3** Determinare (se esistono) punti stazionari, massimi e minimi (relativi ed assoluti) della funzione  $f(x, y) = \frac{e^x}{(x-y)e^y} - 1$ .

**EX.4** Si calcoli il modulo del flusso del campo vettoriale  $\vec{F} = (0, 0, z)$  attraverso la superficie ottenuta ruotando attorno all'asse  $z$  di un angolo di  $\frac{\pi}{2}$  la curva di

$$\text{equazioni } \begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = -t^2 + t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$

**EX.5** Calcolare l'integrale di linea del campo  $\vec{B} = \left(\frac{x}{x^2 + y^2}; \frac{y}{x^2 + y^2}; \frac{1}{\sqrt[3]{z^2}}\right)$ , lungo

$$\text{l'arco di curva } \gamma \text{ di equazioni } \begin{cases} x = \cos t \\ y = 2 \sin t \\ z = 1 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}.$$



# SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE  
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE  
SEDE DISTACCATA DI LATINA a.a. 2016-2017

Prova scritta di Analisi Matematica II - Proff. BERSANI - CONTI - 30 giugno 2017

## TURNO POMERIDIANO

COGNOME..... NOME..... Matr.....

Corso di Laurea  Ambiente Territorio e Risorse  
 Informazione  Meccanica

firma.....

Equazioni differenziali in AN2

### Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

**EX. 1** Dopo avere scritto esplicitamente la funzione  $2\pi$ -periodica, ottenuta per prolungamento **pari** della funzione

$$g(x) = \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{2} & \text{se } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \\ 0 & \text{se } x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right) \end{cases}$$

se ne determini la serie di Fourier, indicandone la somma e gli insiemi di convergenza *puntuale* e *uniforme*.

**EX.2** Si consideri la funzione  $f(x, y) = \begin{cases} 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \\ \frac{e^{(x+y)^2} + xy - 1}{x^2 + |y|} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \end{cases}$

Stabilire se in  $(0, 0)$  essa è continua, derivabile secondo una data direzione, differenziabile.

**EX.3** Determinare i massimi e minimi assoluti della funzione  $f(x, y) = x^3 - y^2x$  nel dominio  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$ .

**EX.4** Si calcoli il modulo del flusso del campo vettoriale  $\vec{F} = (x^2, xy, z)$  attraverso la superficie ottenuta ruotando attorno all'asse  $z$  di un angolo di  $\pi$  la curva di equazioni

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = 0 \\ z(t) = \sin(t^2) \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

**EX.5** Calcolare, per mezzo delle formule di Gauss-Green, l'area del dominio piano delimitato dalle curve  $y = \cos x$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi$  e l'asse delle  $x$ .