



# SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

FACOLTA' DI INGEGNERIA CIVILE E INDUSTRIALE - FACOLTA' DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE, INFORMATICA E STATISTICA  
SEDE DI LATINA a.a. 2023-2024

Prova di ANALISI MATEMATICA II – Proff. BERSANI-CIFRA - 20 settembre 2024

COGNOME..... NOME..... Matr.....

TEORIA ORALE O SCRITTA? \_\_\_\_\_

Corso di Laurea  ICI  
 Informazione

DATE DISPONIBILI: \_\_\_\_\_

PORTA LE EDO? \_\_\_\_\_

DATE NON DISPONIBILI: \_\_\_\_\_

## Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

**EX. 1** Si determini il *dominio di contesto* e si studi, al variare di  $\alpha \in \mathcal{R}$ , la convergenza *puntuale* (semplice, assoluta) e la convergenza *totale* della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1 - e^{-\frac{n^2}{x}}}{n^\alpha + n}$$

**Ex. 2** Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y - xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

Studiare la continuità, la derivabilità (parziale e direzionale), la differenziabilità nel punto (0,0). La funzione è di classe  $C^1$  nel dominio? (motivare la risposta).

**EX.3** Determinare punti stazionari, massimi e minimi della funzione  $f(x, y) = x^2 - y$  nel dominio  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1 \text{ e } |y| \leq 1 - |x|\}$ .

**EX. 4** Dato il campo  $\vec{F} = \left(-\frac{y}{x^2+y^2}, \frac{x}{x^2+y^2}\right)$ , calcolare la circuitazione lungo il percorso di equazione  $3x^2 + 4y^2 - 1 = 0$ .

**EX. 5** Dimostrare che la *curvatura* della linea  $\gamma$  di equazioni  $\begin{cases} x = e^t \\ y = e^t \\ z = t \end{cases}$  con  $t \geq 1$  è *limitata*.

Esibire il punto di massima curvatura e mostrare che non esiste un punto di minima curvatura. La curva è piana?

**EX. 6** Risolvere il problema di Cauchy  $\begin{cases} y' + \sqrt{x}\sqrt{y} = 0 \\ y(1) = 1 \end{cases}$ . La soluzione è globale?