



SAPIENZA UNIVERSITA' DI ROMA

FACOLTA' DI INGEGNERIA AMBIENTALE ED INDUSTRIALE - FACOLTA' DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE, INFORMATICA E STATISTICA
SEDE DI LATINA a.a. 2022-2023

Prova di ANALISI MATEMATICA II – Proff. BERSANI-CIFRA - 11 settembre 2023

COGNOME..... NOME..... Matr.....

TEORIA ORALE O SCRITTA? _____

Corso di Laurea IAI
 Informazione

DATE DISPONIBILI: _____

PORTA LE EDO? _____

DATE NON DISPONIBILI: _____

Giustificare adeguatamente tutti i passaggi

EX. 1 Si determinino il *dominio di contesto*, l'*insieme di convergenza semplice* e la *funzione limite* della

$$\text{successione definita da } f_n(x) = \left(\frac{n^2-x^2}{n^2+x^2}\right)^{n^3} \quad n \geq 1.$$

Si dimostri che essa

- 1) non converge uniformemente in ogni intervallo del tipo $[0, a]$, $[-a, 0]$, $[a, +\infty)$ e $[-\infty, -a]$ con $a > 0$
- 2) converge uniformemente in ogni intervallo del tipo $[a, b]$ con $0 \notin [a, b]$

Ex. 2 Si consideri la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} y \sin \frac{x^2}{y} & \text{se } y \neq 0 \\ 0 & \text{se } y = 0 \end{cases}$$

Studiare la continuità, la derivabilità (parziale e direzionale), la differenziabilità nel punto $(0,0)$.

EX.3 Determinare, se esistono, punti stazionari, massimi e minimi (relativi ed assoluti) della funzione $f(x, y) = ye^{-yx^2}$ nell'insieme $x^2 - 1 \leq y \leq 1$

EX. 4 Calcolare l'integrale di linea del campo $\vec{F} = (2xye^{x^2y} - 1, x^2e^{x^2y}, \frac{1}{\sqrt[3]{z^2}})$

lungo la linea γ di equazioni $\begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = \sin^3 t \\ z = 1 \end{cases} \quad 0 \leq t \leq \pi$

EX. 5 Calcolare il momento di inerzia rispetto all'origine del dominio piano $D = \{(x, y) \in \mathcal{R}^2 \mid x^2 \leq y \leq 1\}$. Si assuma la densità uguale a 1.

EX. 6 Risolvere il problema di Cauchy $\begin{cases} y' = 2x\sqrt{y-1} \\ y(2) = 1 \end{cases}$. La soluzione è localmente unica?