

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA AMBIENTE, TERRITORIO E RISORSE**  
**SEDE DISTACCATA DI LATINA**  
**PROGRAMMA DETTAGLIATO DI ANALISI MATEMATICA 1 - (9 crediti)**  
**A.A. 2008 – 2009 - Docenti: Dott. Alberto Maria BERSANI, Prof. Fernando ILARI**

**N.B.:** Le indicazioni fanno riferimento al testo

**M. Bramanti, C.D. Pagani, S. Salsa: MATEMATICA. Calcolo infinitesimale e algebra lineare. Zanichelli, 2004.**

**Legenda:** **cd** = con dimostrazione; **sd** = senza dimostrazione; **df** = dimostrazione facoltativa; **fac** = facoltativo; **E** = esercizio; **e** = esempio; **T** = teorema; **C** = corollario; **L** = lemma; **P** = proposizione; **D** = definizione; **F** = formula; **O** = Osservazione; **Fig** = Figura; **§** = paragrafo.

*Le parti indicate in corsivo non fanno parte del programma, ma sono utili per un approfondimento culturale e/o per una migliore preparazione degli esercizi, oppure sono facoltative. Le parti sottolineate indicano parti del programma non comprese nel testo di base, oppure svolte in modo alternativo rispetto al testo. Di queste parti sono stati distribuiti dei fogli integrativi, alcuni dei quali sono disponibili anche sul sito web*

[www.dmmm.uniroma1.it/~bersani](http://www.dmmm.uniroma1.it/~bersani).

**Gli esempi e gli esercizi vanno considerati come parte integrante del corso. Non vanno quindi trascurati: tutt'altro !**

**Capitolo 1 – I numeri: tutto.** *Insiemi.* Somme, progressione geometrica (cd), fattoriale di  $n$ , coefficienti binomiali e formula di Newton. *I numeri razionali.* I numeri reali. Valore assoluto. Disuguaglianza triangolare. Intervalli. Massimo e minimo. Estremo superiore ed estremo inferiore. *Potenze e radicali. Esponenziali e logaritmi. Insiemi infiniti.* Numeri complessi. Definizione di **C** e struttura di campo. § 8.2 (coniugato e modulo): df. Forma trigonometrica. Formule di de Moivre. § 8.4 (radici  $n$ -esime): T8.1 cd. Funzioni.

**Capitolo 3 – Successioni e serie: tutto.** Successioni. Definizione di successione. Definizione di limite. Successioni convergenti. Successioni divergenti. Successioni irregolari. § 1.2 (successioni monotone): T1.1 (Teorema di regolarità delle successioni monotone) df. Importanti e1.5 (progressione geometrica), e1.6 ( $a_n = n^n$ ), e1.9. Calcolo dei limiti. Nel § 1.4 (Il numero  $e$ ) è escluso "Il numero di Nepero e un problema...finanziario". Confronti e stime asintotiche. Il § 1.6 (Dimostrazione delle proprietà dei limiti) è fac. Teoremi di Cesàro e loro corollari (fac.) Importante E3. Serie numeriche. § 2.1 (Definizione e primi esempi): importanti e2.1 (serie geometrica), e2.2 (serie armonica), e2.3 (serie di Mengoli). P2.1 (CN per la convergenza) cd. Serie a termini non negativi. Importanti e2.4/2.6 (serie armonica generalizzata), e2.8/2.10. Dimostrazione dei criteri di convergenza per le serie a termini positivi: escluso. Criterio del rapporto e della radice generalizzati; criterio di condensazione (fac). Serie a termini di segno variabile. Importanti e2.11 (serie armonica generalizzata di segno alterno), 2.14/2.15 (operazioni con le serie).

**Capitolo 4 - Funzioni di una variabile, limiti e continuità: tutto.** Funzioni numeriche. Generalità. Funzioni reali di variabile reale. Grafico. Funzioni limitate. Funzioni simmetriche. Funzioni monotone. Funzioni periodiche. Limiti, continuità, asintoti. Funzioni elementari. Funzioni potenza. Gradino di Heaviside. Impulso unitario (fac.). Funzioni esponenziali e logaritmiche. Funzioni trigonometriche. Funzioni iperboliche. Operazioni sui grafici. Funzioni composte e inverse. Le funzioni trigonometriche inverse. Le funzioni iperboliche inverse (cenni). Funzioni continue. Funzioni continue su un intervallo chiuso e limitato  $[a,b]$ : T5.3 (Teorema degli zeri) e T5.4 (Teorema di Weierstrass) sd; T5.5 (Teorema dei valori intermedi) cd. Il calcolo dei limiti. Proprietà fondamentali. Importante e6.1. Limiti notevoli. Limiti di polinomi e di funzioni razionali. Limiti notevoli di seno e coseno: Limite di  $\sin(x)/x$  cd. Altri limiti notevoli: df. Stime asintotiche. Stime asintotiche e grafici. Crescita di una funzione all'infinito. Importanti E24 (funzione di Dirichlet), 31 (funzioni del tipo  $f(x)^{g(x)}$ ).

**Capitolo 5 - Calcolo differenziale per funzioni di una variabile: tutto.** Introduzione al calcolo differenziale. Derivata di una funzione. Derivata e retta tangente. Altre interpretazioni della derivata (fac.). § 2.3 (Derivate di funzioni elementari): df. “Le equazioni differenziali soddisfatte dalle funzioni esponenziali e trigonometriche” escluso. Importante e2.1 (equazione della retta tangente). Punti angolosi, cuspidi, flessi a tangente verticale. Continuità e derivabilità: cd. Regole di calcolo delle derivate: T3.1 (Algebra delle derivate): df di tutte le F3.1/3.5. T3.2 (Derivata di una funzione composta) sd. Importanti e3.7 (derivata di  $a^x$ ), e3.8 (derivata di  $f(x)^{g(x)}$ ), 3.9 (derivata di  $|f(x)|$ ). “Derivata logaritmica. Elasticità” escluso. § 3.3 (Derivata di funzione inversa) cd. Importanti e3.13/3.15 (derivate dell’arcotangente, dell’arcoseno e dell’arcocoseno). Il teorema del valor medio e le sue conseguenze. § 4.1 (Punti stazionari. Massimi e minimi locali): T4.1 (Teorema di Fermat) cd. § 4.2 (Teorema del valor medio. Test di monotonia): T4.2 (Teorema del valor medio o di Lagrange) cd; T4.3 (test di monotonia) sd; P4.4 (caratterizzazione delle funzioni a derivata nulla) sd. Ricerca di massimi e minimi. Successioni monotone. § 4.3 (Soluzione di alcuni problemi di massimo e minimo) escluso. § 4.4 (Il Teorema di de l’Hopital): sd. Derivata seconda: § 5.1 (Significato geometrico della derivata seconda): cenni. Derivata seconda, concavità e convessità. Convessità e monotonia della derivata prima. Convessità e rette tangenti. Convessità e corde. Studio del grafico di una funzione. Calcolo differenziale e approssimazioni. Differenziale e approssimazione lineare. Il simbolo di “o piccolo”. Limiti notevoli e sviluppi. § 7.3 (Formula di Taylor-MacLaurin con resto secondo Peano) sd. Importanti e7.5 (serie di MacLaurin di  $e^x$ ), e7.6 (serie di MacLaurin di  $\sin(x)$ ). Proprietà del simbolo di o piccolo. §§ 7.4 (Formula di Taylor-MacLaurin con resto secondo Lagrange), 7.5 (Risoluzione approssimata di equazioni: il metodo di Newton) esclusi. § 8 (Serie di Taylor, serie di potenze, esponenziale complesso): § 8.1 (Serie di Taylor delle trascendenti elementari) cenni. Il § 8.2 (L’esponenziale complesso) è sostituito da note aggiuntive sull’esponenziale complesso. “Il logaritmo nel campo complesso” e “L’elevamento a potenza complessa” esclusi.

**Capitolo 6 – Calcolo integrale per funzioni di una variabile: tutto.** Introduzione al calcolo integrale. L’integrale come limite di somme. § 3 (Proprietà dell’integrale): Teorema della media cd; le altre dimostrazioni fac. § 4 (Il Teorema fondamentale del calcolo integrale): del Teorema fondamentale del calcolo integrale è stata fornita anche una dim. alternativa. Metodi elementari per la ricerca di una primitiva. Calcolo di integrali indefiniti e definiti. Integrali immediati, per scomposizione, per sostituzione. Importanti e5.3/5.10. Integrazione per parti. Importanti e5.11/5.14. § 6 (Alcune applicazioni fisiche e geometriche) escluso. Funzioni integrabili, integrali generalizzati. Integrali di funzioni discontinue. § 7.2 (Integrazione di funzioni non limitate): Importante e7.2. Criteri di integrabilità al finito. § 7.4 (Integrazione su intervalli illimitati): Importante e7.6. “Divergenza della serie armonica. Convergenza della serie armonica generalizzata per  $\alpha > 1$ ” (fac.): Sul criterio integrale di Cauchy per le serie (fac.) sono stati distribuiti fogli integrativi. § 7.5 (Criteri di integrabilità all’infinito): importante e7.6 (integrabilità della funzione gaussiana). § 8 (Funzioni integrali) cd. Importante e8.1. § 9 (Convoluzione e sistemi fisici lineari) escluso. § 10 (Appendice: ricerca delle primitive per alcune classi di funzioni): integrazione delle funzioni trigonometriche; integrazione delle funzioni irrazionali.

**Capitolo 7 – Equazioni differenziali: tutto.** Nel § 1 (Modelli differenziali) il Modello di Malthus è fac. Equazioni del primo ordine. Generalità. Equazioni a variabili separabili. Equazioni di Bernoulli (fac.). § 2.3 (Equazioni lineari del primo ordine): T2.1 (struttura dell’integrale generale dell’equazione completa) cd. Equazioni lineari del secondo ordine. Spazi di funzioni. Equazioni lineari del second’ordine. Problema di Cauchy. § 3.3 (La struttura dell’integrale generale) sd. Equazioni omogenee a coefficienti costanti. § 3.5 (Equazioni non omogenee): Metodo di somiglianza. Metodo di variazione delle costanti escluso. § 3.6 (Vibrazioni meccaniche) fac. § 4 (Cenni alle equazioni lineari di ordine  $n$  a coefficienti costanti) fac. *In ogni caso, importante e4.1 (Equazione della trave).*