

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 6 aprile 2005

COMPITO A

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \sin\left(\frac{1}{2n^{3\alpha}}\right)}{3 + 2n^2},$$

al variare del parametro reale $\alpha > 0$.

FAC.: cosa si può dire del carattere della serie per $\alpha \leq 0$?

2) Determinare dominio, segno e asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{1}{xe^{1/(x-1)}}.$$

(FAC.) Determinare massimi e minimi, relativi e assoluti, della funzione e studiarne il grafico, supponendo che la funzione abbia il numero minimo possibile di flessi.

3)

Trovare le soluzioni della seguente equazione nel campo complesso:

$$(2z - 4i)^4 = -16.$$

Suggerimento: effettuare la sostituzione $w = 2z - 4i$.

4) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|^2}{x^3+4x^2-3x-18} & \text{se } x \neq 2 ; x \neq -3 \\ 0 & \text{se } x = 2 \\ 0 & \text{se } x = -3 \end{cases},$$

stabilire dove f sia continua e dove sia derivabile.

FAC.: nell'insieme di derivabilità la funzione è anche di classe C^1 ? Perché?

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 6 aprile 2005

COMPITO B

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Determinare dominio, segno e asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)e^{1/x}} .$$

(FAC.) Determinare massimi e minimi, relativi e assoluti, della funzione e studiarne il grafico, supponendo che la funzione abbia il numero minimo possibile di flessi.

2) Trovare le soluzioni della seguente equazione nel campo complesso:

$$(z - 2i)^3 = -8 .$$

Suggerimento: effettuare la sostituzione $w = z - 2i$.

3) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+3|^2}{x^3+4x^2-3x-18} & \text{se } x \neq 2 ; x \neq -3 \\ 0 & \text{se } x = 2 \\ -\frac{1}{5} & \text{se } x = -3 \end{cases} ,$$

stabilire dove f sia continua e dove sia derivabile.

FAC.: nell'insieme di derivabilità la funzione è anche di classe C^1 ? Perché?

4) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \tan\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)}{1 + 3n^{4\alpha}} ,$$

al variare del parametro reale $\alpha > 0$.

FAC.: cosa si può dire del carattere della serie per $\alpha \leq 0$?

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 6 aprile 2005

COMPITO C

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Trovare le soluzioni della seguente equazione nel campo complesso:

$$(3z - i)^3 = 8 .$$

Suggerimento: effettuare la sostituzione $w = 3z - i$.

2) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x-2|^2}{x^3-x^2-8x+12} & \text{se } x \neq 2 ; x \neq -3 \\ \frac{1}{5} & \text{se } x = 2 \\ 0 & \text{se } x = -3 \end{cases} ,$$

stabilire dove f sia continua e dove sia derivabile.

FAC.: nell'insieme di derivabilità la funzione è anche di classe C^1 ? Perché?

3) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \tan\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)}{2 + \sqrt{n}} ,$$

al variare del parametro reale $\alpha > 0$.

FAC.: cosa si può dire del carattere della serie per $\alpha \leq 0$?

4) Determinare dominio, segno e asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{(x-1)} .$$

(FAC.) Determinare massimi e minimi, relativi e assoluti, della funzione e studiarne il grafico, supponendo che la funzione abbia il numero minimo possibile di flessi.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 6 aprile 2005

COMPITO D

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x+3|^2}{x^3-x^2-8x+12} & \text{se } x \neq 2 ; x \neq -3 \\ 0 & \text{se } x = 2 \\ 0 & \text{se } x = -3 \end{cases} ,$$

stabilire dove f sia continua e dove sia derivabile.

FAC.: nell'insieme di derivabilità la funzione è anche di classe C^1 ? Perché?

2) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \sin\left(\frac{1}{n}\right)}{1+n^{2\alpha}} ,$$

al variare del parametro reale $\alpha > 0$.

FAC.: cosa si può dire del carattere della serie per $\alpha \leq 0$?

3) Determinare dominio, segno e asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{e^{-\frac{1}{x+1}}}{x} .$$

(FAC.) Determinare massimi e minimi, relativi e assoluti, della funzione e studiarne il grafico, supponendo che la funzione abbia il numero minimo possibile di flessi.

4)

Trovare le soluzioni della seguente equazione nel campo complesso:

$$(2z - i)^4 = 16 .$$

Suggerimento: effettuare la sostituzione $w = 2z - i$.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005
prova di teoria di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 6 aprile 2005

COMPITO C

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Teoremi fondamentali sulle funzioni continue in un intervallo.

2)

Definizione di successione.

Definizione di successione monotona.

Definizione di successione regolare.

Teorema di regolarità per le successioni monotone (senza dimostrazione).

Definizione di progressione geometrica e suo carattere (con dimostrazione).

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005
prova di teoria di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 6 aprile 2005

COMPITO D

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Definizione di successione.

Definizione di successione monotona.

Definizione di successione convergente, divergente, regolare e non regolare.

Teorema di regolarità per le successioni monotone (senza dim.).

Applicazione: mostrare un esempio di

- a) successione monotona convergente;
- b) successione monotona divergente;
- c) successione monotona non regolare.

2)

Definizione di funzione derivabile in un punto, con significato geometrico.

Teorema di continuità per le funzioni derivabili, con dim.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005
prova di teoria di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 6 aprile 2005

COMPITO A

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Definizione di funzione convergente e divergente per $x \rightarrow x_0 \in \mathbb{R}$.
Dimostrare il seguente limite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 .$$

2)

Definizione di insieme limitato e illimitato; di estremo inferiore, estremo superiore; di massimo e minimo.

Mostrare un esempio di insieme limitato inferiormente, ma illimitato superiormente e di insieme limitato sia superiormente che inferiormente.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2004/2005
prova di teoria di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 6 aprile 2005

COMPITO B

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Definizione di successione.

Definizione di successione monotona.

Definizione di successione regolare.

Teorema di regolarità per le successioni monotone (senza dimostrazione).

Applicazione: fornire un esempio di successione monotona divergente; un esempio di successione monotona convergente; un esempio di successione monotona non regolare.

2)

Teorema della media di Lagrange, con dimostrazione.

Suo significato geometrico.

FAC.: teoremi di Rolle e Cauchy, con dim. fac.