

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 11 aprile 2006

COMPITO A

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} [\cos x + \sin(x^2)]^{1/(x^2)} .$$

2) Dato il numero complesso

$$z = \frac{1 + \sqrt{3} i}{1 - i} ,$$

- a) calcolarne il coefficiente reale e quello immaginario e il modulo;
- b) calcolarne l'argomento principale (suggerimento: si applichi la formula trigonometrica per il quoziente tra due numeri complessi).

3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 - 4x + 3} ,$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f ;
- b) determinarne gli eventuali asintoti;
- c) determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativi e assoluti;
- d) **(FAC.)** nell'ipotesi di numero minimo di flessi, studiare il grafico di f .

4) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{[\log 8]^n}{n!} .$$

(FAC.:) calcolare la somma di tale serie.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 11 aprile 2006

COMPITO B

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{n/2}}{n!} .$$

(**FAC.:**) calcolare la somma di tale serie.

2)

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} [\cos x + 2 \sin x - 2x]^{1/x^2} .$$

3) Dato il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 + i} ,$$

- a) calcolarne il coefficiente reale e quello immaginario e il modulo;
- b) calcolarne l'argomento principale (suggerimento: si applichi la formula trigonometrica per il quoziente tra due numeri complessi).

4) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 2x - 3} ,$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f ;
- b) determinarne gli eventuali asintoti;
- c) determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativi e assoluti;
- d) (**FAC.**) nell'ipotesi di numero minimo di flessi, studiare il grafico di f .

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 11 aprile 2006

COMPITO C

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x^2 - 2x - 3},$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f ;
- b) determinarne gli eventuali asintoti;
- c) determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativi e assoluti;
- d) **(FAC.)** nell'ipotesi di numero minimo di flessi, studiare il grafico di f .

2) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{[\log 2]^n}{n!}.$$

(FAC.:) calcolare la somma di tale serie.

3) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left[\cos \left(\frac{1}{x} \right) \right]^{x^2}.$$

4) Dato il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 - i},$$

- a) calcolarne il coefficiente reale e quello immaginario e il modulo;
- b) calcolarne l'argomento principale (suggerimento: si applichi la formula trigonometrica per il quoziente tra due numeri complessi).

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 11 aprile 2006

COMPITO D

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Dato il numero complesso

$$z = \frac{1 + \sqrt{3} i}{1 + i},$$

- a) calcolarne il coefficiente reale e quello immaginario e il modulo;
- b) calcolarne l'argomento principale (suggerimento: si applichi la formula trigonometrica per il quoziente tra due numeri complessi).

2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 4x + 3},$$

- a) determinare l'insieme di definizione di f ;
- b) determinarne gli eventuali asintoti;
- c) determinarne gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativi e assoluti;
- d) (**FAC.**) nell'ipotesi di numero minimo di flessi, studiare il grafico di f .

3) Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{8^{n/3}}{n!}.$$

(**FAC.:**) calcolare la somma di tale serie.

4) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{1}{1-x}\right) + \log\left(\frac{1}{1+x}\right)}{x(e^x - 1)}.$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 11 aprile 2006

COMPITO E

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Risolvere l'equazione algebrica

$$z^2 - (1 + i)z + i = 0 \quad , \quad z \in \mathbf{C} .$$

2)

Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n-2} + (n-2)^n}{4(n^n) - 3(n!)}$$

3)

Data la funzione

$$f(x) = x^2 e^x ,$$

- a) determinare eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti, nel suo insieme di definizione;
- b) determinare gli eventuali asintoti;
- c) (**FAC.:**) studiare il grafico della funzione.

4)

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - e^{-x^2}}{\sin^2(2x)} .$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 11 aprile 2006

COMPITO F

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2x) - e^{-2x^2}}{\log(1 + 2x^4)} .$$

2)

Risolvere l'equazione algebrica

$$z^2 + 2iz + 3 = 0 \quad , \quad z \in \mathbf{C} .$$

3)

Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^{n-1} - [(n-1)!]^n}{[(n-1)! \cdot (n-10)]^{n-1}}$$

4)

Data la funzione

$$f(x) = x e^{-x^2/2} ,$$

- a) determinare eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti, nel suo insieme di definizione;
- b) determinare gli eventuali asintoti;
- c) **(FAC.:**) studiare il grafico della funzione.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 11 aprile 2006

COMPITO G

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Data la funzione

$$f(x) = (x^2 - 1)^{1/3},$$

- a) determinare eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti, nel suo insieme di definizione;
- b) determinare gli eventuali punti di non derivabilità;
- c) (**FAC.:**) studiare il grafico della funzione.

2)

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) - \arctan(x)}{x^3 \arcsin(\cos x)} .$$

3)

Risolvere l'equazione algebrica

$$z^2 + (1 - i)z - i = 0 \quad , \quad z \in \mathbf{C} .$$

4)

Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^{n-3} + (n-3)^n}{6(n^n) + 7(n!)}$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006
prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 11 aprile 2006

COMPITO H

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n!)^{n-1} - [(n-1)!]^n}{[(n-1)! \cdot (n-2)]^{n-1}}$$

2)

Data la funzione

$$f(x) = \frac{(\log x)^2}{x},$$

- a) determinare eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti, nel suo insieme di definizione;
- b) determinare gli eventuali asintoti;
- c) (**FAC.:**) studiare il grafico della funzione.

3)

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan(x) - x \cos x}{x^3 \arctan(\cos x)}.$$

4)

Risolvere l'equazione algebrica

$$z^2 - 2iz + 3 = 0, \quad z \in \mathbf{C}.$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2005/2006

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 11 aprile 2006

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' + \frac{x}{x-1} \cdot y = \frac{e^{-x}}{(x-1)^2} \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

2) Data la funzione

$$f(x, y) = (2 - y)^\pi + \left(y - \frac{1}{x}\right)^{1/\sqrt{2}},$$

determinare

- a) l'insieme di definizione, specificandone la natura topologica e fornendone una rappresentazione grafica nel piano cartesiano;
- b) le derivate parziali;
- c) il gradiente nel punto $P = (2, 1)$.

3) Calcolare l'area della regione piana compresa fra i punti di intersezione dei grafici delle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad ; \quad g(x) = \frac{4}{3} + \frac{1}{x-4} .$$

4) Si discuta la convergenza dell'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sqrt{x} \cdot (\sqrt{x} - 1)}{\log(1 + x^{3/4})(x^3 + 1)} dx .$$