

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 17 gennaio 2005

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Calcolare i limiti, per $n \rightarrow \infty$, delle successioni

$$\text{a) } a_n = \frac{2 + \cos n}{\sin^2\left(\frac{1}{n}\right)} \quad ; \quad \text{b) } = \frac{2n + \sin n \cdot \log n}{n} .$$

2)

Sia dato il numero complesso

$$z = \frac{\sqrt{3} + i}{1 + \sqrt{3}i} .$$

a) Scrivere z in forma trigonometrica;

b) calcolare z^5 e scrivere il numero complesso così ottenuto in forma algebrica.

3)

Sia

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{\cos x - \cos(3x)}{x} & \text{se } x < 0 \end{cases} .$$

a) Stabilire se f è continua in \mathbb{R} ;

b) stabilire se f è derivabile in \mathbb{R} .

4)

Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0}$$

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 17 gennaio 2005

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Si calcoli il volume del solido T , così definito:

$$T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1 \ ; \ 0 \leq z \leq 4 - x^2 - y^2\} .$$

2)

Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} 3y''(x) - y(x) = x^2 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 0 . \end{cases}$$

3)

Si consideri la funzione $f(x, y) = x^2y - 4x \log y$.

- a) Determinare il campo di esistenza di f , specificandone la natura topologica;
- b) determinare gli eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti, di f nel suo campo di esistenza.

4)

Determinare la primitiva di

$$f(x) = \frac{e^{2x+2}}{3e^{2x} - 4}$$

che vale 0 in $x = \frac{\log(5/3)}{2}$.

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 17 gennaio 2005

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Teorema del valor medio (o di Lagrange) per funzioni derivabili, con dimostrazione; alcune applicazioni a scelta.

Lo studente fornisca un esempio di una funzione continua in un intervallo chiuso e limitato che **NON** soddisfi il Teorema di Lagrange.

2)

Definizione di serie numerica. Definizione di serie a termini positivi. Criteri di convergenza per serie a termini positivi.

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 17 gennaio 2005

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Definizione di derivabilità e di differenziabilità per funzioni di più variabili.
Teoremi e implicazioni relativi.

Lo studente è invitato a parlare anche di gradiente e di derivata direzionale.

2)

Definizione di curva, di curva chiusa, di curva semplice, di curva continua, di curva regolare.

Applicazione: per quale dei seguenti intervalli di variazione del parametro t

$$[0, 3\pi] \quad ; \quad [-\pi, \pi] \quad ; \quad [-3\pi, 3\pi]$$

la curva

$$\begin{cases} x(t) = \sqrt{3} \cos(t) \\ y(t) = \sqrt{3} \sin(t) \end{cases}$$

risulta **a)** continua; **b)** chiusa; **c)** semplice; **d)** regolare?