

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 20 luglio 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

**1)**

Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \sin\left(\frac{1}{n^2}\right)}{n+1} .$$

**FAC.:** per quali valori reali di  $\alpha$  la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n \sin\left(\frac{1}{n^\alpha}\right)}{n+1} .$$

converge?

**2)**

Data la funzione  $f(x) = \frac{x - \tan(x^2)}{(x^4 + 1)^{1/2} - (1 - x^4)^{1/2}}$ , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) .$$

**3)**

Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 1} .$$

**4)**

Calcolare l'estremo inferiore e l'estremo superiore dell'insieme di numeri reali

$$E = \left\{ \frac{1}{x-1} \quad ; \quad x > 1 \right\} ,$$

e dire se, eventualmente, tale insieme è dotato di massimo e/o di minimo.

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 20 luglio 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

1)

Costruire il prolungamento per continuità nell'origine della funzione

$$f(x, y) = x + y + \frac{x^2 y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

e calcolarne la derivata direzionale nell'origine, lungo una generica direzione.

Una volta ottenuta la formula della derivata direzionale, dedurre il valore delle derivate parziali nell'origine.

**FAC.:** calcolare le derivate parziali in base alla loro definizione.

2)

a) Stabilire se la funzione

$$f(x) = \frac{(\log x)^2}{x} - \frac{\log x}{x}$$

sia integrabile in  $[1, +\infty)$ .

b) Calcolare  $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ .

3)

Risolvere il seguente Problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y = \sin x \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1 \end{cases}$$

4)

Stabilire se l'equazione  $\log(x + y^2) - xy = 0$  nel punto  $(0, 1)$  definisce implicitamente una funzione  $y(x)$  e/o una funzione  $x(y)$ . In caso affermativo, trovare l'equazione della retta tangente al grafico nel punto  $(0, 1)$ .

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 20 luglio 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

**1)**

Classificazione dei punti di discontinuità e di non derivabilità, con esempi.

**2)**

Il candidato introduca i numeri complessi, mettendo in evidenza le operazioni che vengono definite su di essi e alcune proprietà.

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova di teoria scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 20 luglio 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

1)

Teorema di Weierstrass, dei valori intermedi e di esistenza degli zeri per le funzioni di due variabili (porre la massima attenzione alle ipotesi!!!).

2)

Definizione di curva, di curva chiusa, di curva semplice, di curva continua, di curva regolare.

**Applicazione:** per quale dei seguenti intervalli di variazione del parametro  $t$

$$[0, 2\pi] \quad ; \quad [-\pi, 2\pi] \quad ; \quad [-2\pi, 4\pi]$$

la curva

$$\begin{cases} x(t) = \sqrt{2} \cos(t) \\ y(t) = \sqrt{2} \sin(t) \end{cases}$$

risulta **a)** continua; **b)** chiusa; **c)** semplice; **d)** regolare?