

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (primo modulo) - 27 luglio 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

**1)**

Studiare la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \cdot \frac{n+1}{n^2} .$$

**2)**

Data la funzione  $f(x) = \log[x \sin(x)]$ , calcolare

**a)**  $f'(x)$  ;

**b)**  $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \left[ f'(x) - \frac{1}{x} \right] .$

**3)**

Determinare tutti gli eventuali asintoti della funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + \log x}{x} .$$

**4)**

Risolvere la seguente equazione nel campo complesso

$$e^{2iz} = \sqrt{5} \quad ; \quad z \in \mathbf{C} .$$

**CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO  
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2003/2004**

prova scritta di ANALISI MATEMATICA (secondo modulo) - 27 luglio 2004

**COGNOME** ..... **NOME** .....

**matricola** ..... **Firma** .....

**GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI**

1) Stabilire se la funzione  $f(x, y) = xy^2 + x$  abbia punti stazionari (**FAC.:** massimi o minimi, relativi e/o assoluti)

a) nel suo insieme di definizione;

b) nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^4 + x^2 + y^2 = 1\} ;$$

c) (**FAC.:**) nell'insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^4 + x^2 + y^2 \leq 1\} .$$

2) Sia  $f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2 - 1}$  .

a) Determinare il suo insieme di definizione, specificandone la natura topologica.

b) Stabilire se esistano

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y) \quad ; \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} f(x, y) \quad ; \quad \lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} f(x, y) .$$

c) Calcolare  $\nabla f(1, 1)$ .

d) (**FAC.:**) Determinare le curve di livello di  $f$ .

3) Determinare l'area della regione piana definita dalle seguenti disequazioni:

$$0 \leq x \leq \frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad |y| \leq \arctan(2x) .$$

4) Risolvere il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} x^2 y' \cos\left(\frac{1}{x}\right) - y \sin\left(\frac{1}{x}\right) = -1 \\ y\left(\frac{1}{\pi}\right) = 1 \end{cases} .$$

**FAC.:** stabilire l'intervallo massimale di esistenza e unicit  per la soluzione di tale Problema di Cauchy.

**FAC.:** determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale in esame.