

**CORSO DI LAUREA IN ING. INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN ING. AMBIENTALE E INDUSTRIALE
SEDE DIDATTICA DI LATINA - a.a. 2020/2021
prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 1 luglio 2021**

COGNOME NOME matricola
corso di laurea IN ING. TEORIA ORALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA
DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA
PORTA LE EDO IN ANALISI 1?

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) (11 punti)
Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x},$$

determinarne l'insieme di definizione, il segno, le intersezioni con gli assi, gli eventuali asintoti, gli intervalli di monotonia, gli eventuali massimi e minimi.

2) (6 punti)
Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x - x}{x^2} & \text{se } x > 0 \\ \frac{1}{6} \ln(1 - x) & \text{se } x \leq 0 \end{cases},$$

stabilire se sia continua e derivabile in $x = 0$.

3) (5,5 punti)
Determinare le soluzioni dell'equazione

$$z^6 - 7z^3 - 8 = 0, \quad z \in \mathbf{C},$$

rappresentandole nel piano di Gauss.

4) (6,5 punti)
Studiare il carattere della successione

$$a_n = \arctan \left(\sqrt{1 + \frac{1}{n^\alpha}} - 1 \right); \quad n \geq 1$$

e della serie ad essa associata, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

5) (6 punti)
Calcolare l'integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^9}{(1+x^5)^3} dx.$$

5bis) (6 punti)

Dopo avere verificato l'esistenza e unicità della soluzione (globale o locale? perché?), risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) = \frac{y'}{x} + x \\ y(-1) = y'(-1) = 0 \end{cases} .$$