

**CORSO DI LAUREA IN ING. INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN ING. CIVILE E INDUSTRIALE
SEDE DIDATTICA DI LATINA - a.a. 2015/2016
prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 11 febbraio 2016**

COMPITO A

COGNOME NOME matricola
corso di laurea IN ING. TEORIA ORALE O SCRITTA?
DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA
DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Data l'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{e^{y(x)} - 1}{(1 + x^2)e^{y(x)}} ,$$

- a) stabilire se per ogni Problema di Cauchy con dato iniziale $y(0) = y_0$ siano verificate le ipotesi del Teorema di Esistenza e Unicità (locale o globale?);
- b) determinare eventuali integrali singolari;
- c) determinare l'integrale generale;
- d) risolvere i due Problemi di Cauchy con dato iniziale rispettivamente

$$y(0) = 0 \quad ; \quad y(0) = \log(2) .$$

2) Risolvere la disequazione

$$\operatorname{Re} \left(\frac{z+i}{z-i} \right) \leq 1 \quad ; \quad z \in \mathbf{C} ,$$

disegnando l'insieme delle soluzioni sul piano complesso.

3) Studiare convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(1 - \frac{1}{n} \right)^{n^2} .$$

4) Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x^2}{1 + |x+2|} .$$

5) Stabilire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sinh(x) + \log\left(1 - \frac{x^3}{6}\right) - x}{x^5} & \text{se } x < 0 \\ \alpha \cdot \left[\frac{\sin(\sqrt{x}) - x}{\sqrt{x}} \right] & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

sia prolungabile per continuità nel punto $x = 0$.

CORSO DI LAUREA IN ING. INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN ING. CIVILE E INDUSTRIALE
SEDE DIDATTICA DI LATINA - a.a. 2015/2016
prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 11 febbraio 2016

COMPITO B

COGNOME NOME matricola

corso di laurea IN ING. TEORIA ORALE O SCRITTA?

DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA

DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Determinare il numero $z \in \mathbf{C}$ tale che

$$z = \frac{(1+i)^6}{1+i\sqrt{3}}.$$

2) Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = (x^3 - 8)^{1/3}.$$

3) Data l'equazione differenziale

$$y'(x) + \cos(x) \cdot y(x) = \cos^3(x),$$

- a) determinare l'integrale generale;
- b) determinare tutte le soluzioni limitate.

4) Dopo aver verificato la positività della funzione

$$f(x) = \frac{-1}{x(4 - \log^2(x))}$$

nell'intervallo $[e^3, e^4]$, calcolare l'area del suo sottografico in tale intervallo.

5) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\log(k^k)}{k^\alpha}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.