

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2013/14
prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 21 gennaio 2014

COMPITO A

COGNOME NOME matricola

PORTA COME PROGRAMMA LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI?

TEORIA ORALE O SCRITTA?

DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA

DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Risolvere la seguente equazione nel campo complesso:

$$\left(\frac{2-i}{4-5i} \right) \bar{z} = \left(\frac{1+i}{3+i} \right) .$$

2) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{\arctan(1 - \log^2(x-2))} ,$$

determinarne gli insiemi di definizione, di continuità e di derivabilità; il segno; gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativi e assoluti.

3) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\tan(x)-x}{x^3} & \text{se } x < 0 \\ \frac{\log(1+x)-x}{\alpha x^2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

determinare i valori di $\alpha \neq 0$ per i quali la funzione risulti prolungabile per continuità in $x_0 = 0$.

4) Studiare il carattere della successione

$$a_n = \left[\frac{\cos\left(\frac{1}{n^2}\right) - 1}{\arctan\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}} \right]$$

e della serie ad essa associata.

5) Risolvere il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{\sin x(1 + \sin^2 x)} dx .$$

FAC.: Stabilire, per mezzo dei criteri di integrabilità, se l'integrale converga.

5bis) Dopo avere stabilito *a priori* l'eventuale esistenza e unicità della soluzione, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x)\sqrt{1+x^2} + x\sqrt{1+y(x)} = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

COMPITO B

COGNOME NOME matricola

PORTA COME PROGRAMMA LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI?

TEORIA ORALE O SCRITTA?

DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA

DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)-x}{x^3} & \text{se } x < 0 \\ \frac{e^{x^2} - 1}{\alpha x^2} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

determinare i valori di $\alpha \neq 0$ per i quali la funzione risulti prolungabile per continuità in $x_0 = 0$.

2) Studiare il carattere della successione

$$a_n = \left[\frac{\cosh\left(\frac{1}{n^2}\right) - 1}{\tan\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n}} \right]$$

e della serie ad essa associata.

3) Risolvere il seguente integrale:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\cos x(1 + \cos^2 x)} dx .$$

FAC.: Stabilire, per mezzo dei criteri di integrabilità, se l'integrale converga.

3bis) Dopo avere stabilito *a priori* l'eventuale esistenza e unicità della soluzione, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x)\sqrt{1-x^2} + x\sqrt{1-y(x)} = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

4) Risolvere la seguente equazione nel campo complesso:

$$\left(\frac{4-i}{1+i}\right)\bar{z} = \left(\frac{2+i}{5-3i}\right) .$$

5) Data la funzione

$$f(x) = \arcsin \sqrt{1 - \log^2(x-1)} ,$$

determinarne gli insiemi di definizione, di continuità e di derivabilità; il segno; gli eventuali punti di massimo e di minimo, relativi e assoluti.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2013/14
prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 21 gennaio 2014

COMPITO C

COGNOME NOME matricola

PORTA COME PROGRAMMA LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI?

TEORIA ORALE O SCRITTA?

DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA

DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Determinare i coefficienti reale e immaginario del numero complesso

$$z = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}} - \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}}$$

e calcolare $\sqrt[3]{z}$, esprimendo le radici in forma cartesiana.

2) Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = x\sqrt{3x^2 - 2},$$

individuando eventuali punti di non derivabilità.

3) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(x-2)e^{(x-2)} - (x-2)}{(x^2-4)\tan(x-2)}.$$

4) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - \sqrt{n}}{n^n + n!}.$$

5) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_1^4 \frac{x^3 + 2}{x^3 - x} dx.$$

FAC.: Stabilire, per mezzo dei criteri di integrabilità, se l'integrale converga.

5bis) Dopo avere stabilito *a priori* l'eventuale esistenza e unicità della soluzione, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x)x \log x - y(x) = x^3 \log^3(x) \\ y(e) = 1 \end{cases}$$

COMPITO D

COGNOME NOME matricola

PORTA COME PROGRAMMA LE EQUAZIONI DIFFERENZIALI?

TEORIA ORALE O SCRITTA?

DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA

DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(x-1)\sqrt{1+(x-1)} - (x-1)}{(x^2-1)\sin(x-1)} .$$

2) Studiare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! - 2^n}{n^n + 2^n} .$$

3) Calcolare il seguente integrale:

$$\int_3^2 \frac{x^3 + 1}{x^3 - 4x} dx .$$

FAC.: Stabilire, per mezzo dei criteri di integrabilità, se l'integrale converga.

3bis) Dopo avere stabilito *a priori* l'eventuale esistenza e unicità della soluzione, risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x)x \log x - y(x) = x \log^2(x) \arctan x \\ y(e) = 1 \end{cases}$$

4) Determinare i coefficienti reale e immaginario del numero complesso

$$z = \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}} - \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}}$$

e calcolare $\sqrt[3]{z}$, esprimendo le radici in forma cartesiana.

5) Studiare il grafico della funzione

$$f(x) = x\sqrt{2x^2 - 3} ,$$

individuando eventuali punti di non derivabilità.