CORSO DI LAUREA IN ING. INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN ING. AMBIENTALE E INDUSTRIALE
SEDE DIDATTICA DI LATINA - a.a. 2021/2022
PROVA SCRITTA di ANALISI MATEMATICA 2 - 15 settembre 2022

COGNOME .... **NOME** .... **matricola** ....

corso di laurea IN ING. .... **TEORIA ORALE O SCRITTA?** ....

DATE DISPONIBILI PER LA TEORIA ....

DATE NON DISPONIBILI PER LA TEORIA ....

PORTA LE EDO? .... **ESONERATO?** ....

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1) Si consideri la funzione

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin y\sin x}{\sqrt{x^2+y^2}} & \text{se} \quad (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & \text{se} \quad (x,y)=(0,0)\end{cases}.$$

Studiarne la continuità, la derivabilità (parziale e direzionale) e la differenziabilità nel suo insieme di definizione.

2) Determinare punti stazionari, ed eventuali massimi e minimi, relativi e assoluti, della funzione $f(x.y)=(x^2+y^2)(\sqrt{x^2+y^2}-2)$ nel dominio definito da

$$D=\left\{(x,y)\in I\!R^2 \;: x^2+y^2\leq 9\right\} .$$

3) Si consideri la funzione $g(x)=\sqrt{\sin x+2}$ in $(0,\pi)$ e siano a_0, a_k, b_k ; $k=1,2,3...$ i classici coefficienti dello sviluppo in serie di Fourier della funzione $f(x)$ prolungamento **dispari** 2π**-periodico** della $g(x)$. Dopo aver studiato la convergenza (puntuale, uniforme, totale) della serie di Fourier di f, se ne calcoli esplicitamente la somma e si calcoli la somma

$$S=a_0^2+2\sum_{k=1}^{+\infty}(a_k^2+b_k^2) .$$

4) Calcolare l'area della superficie ottenuta come rotazione di $\dfrac{\pi}{2}$ attorno all'asse z della curva γ di equazioni:

$$\begin{cases}x=t\\ y=0\\ z=1-t^2\end{cases} \quad ; \quad 0\leq t\leq 1 .$$

5) Data la superficie $S:\begin{cases}z=2x^2+y^2\\ z\leq 3-x^2-2y^2\end{cases}$, orientata con versore normale esterno, calcolare il flusso del rotore del campo $\mathbf{F}=(1,x,y)$ attraverso S.

6) Una volta stabilito se il generico problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{\tan y}{(1-x^2)} \\ y(0) = y_0 \quad ; \quad -\dfrac{\pi}{2} < y_0 < \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

ammetta un'unica soluzione (locale o globale?) nell'intervallo di definizione, determinare la soluzione dei due problemi

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{\tan y}{(1-x^2)} \\ y(0) = 0 \end{cases} \qquad ; \qquad \begin{cases} y'(x) = \dfrac{\tan y}{(1-x^2)} \\ y(0) = \dfrac{\pi}{4} \end{cases} \quad .$$