

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2008/2009
prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 19 febbraio 2009

COMPITO A

COGNOME **NOME**
matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{4+2x^4}}{x^\alpha \cdot \sqrt{3+x^6}} dx$$

converge.

2)

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y'(x) = e^{-x} .$$

Determinarne

- a) l'integrale generale;
- b) tutte le soluzioni y infinitesime per $x \rightarrow +\infty$.

3)

Stabilire se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sinh(2x)}{\log[(x+1)^3]} & \text{se } x > 0 \\ 3 \log \left[\frac{(x+1)^2+1}{2} \right] + \frac{2}{3} & \text{se } x \leq 0 \end{cases} ,$$

sia continua nel punto $x = 0$.

FAC.: stabilire se f sia derivabile in $x = 0$ ed eventualmente classificare il tipo di non derivabilità.

4)

Studiare il carattere della successione

$$a_n = \frac{\sin\left(\frac{1}{n^2}\right) - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^6}}{\frac{\pi}{n^5}} .$$

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
SEDE DISTACCATA DI LATINA - a.a. 2008/2009
prova scritta di ANALISI MATEMATICA 1 - 19 febbraio 2009

COMPITO B

COGNOME **NOME**

matricola **Firma**

GIUSTIFICARE ADEGUATAMENTE TUTTI I PASSAGGI

1)

Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{3+x^4}}{x^{3-\alpha} \cdot \sqrt{2+x^5}} dx$$

converge.

2)

Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - 2y'(x) = e^{3x} .$$

Determinarne

a) l'integrale generale;

b) tutte le soluzioni che sono infinitesime per $x \rightarrow -\infty$.

3)

Stabilire se la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log^2(x+1)}{\sinh(4x^2)} & \text{se } x > 0 \\ e^{(x+2)^2} + \frac{1}{4} - e^4 & \text{se } x \leq 0 \end{cases} ,$$

sia continua nel punto $x = 0$.

FAC.: stabilire se f sia derivabile in $x = 0$ ed eventualmente classificare il tipo di non derivabilità.

4)

Studiare il carattere della successione

$$a_n = \left[\log \left(1 + \frac{1}{n^2} \right) - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^4} \right] \frac{n^3}{e} .$$

2)

Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \sqrt[4]{x^2 y^3} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases},$$

determinarne l'insieme di definizione; studiarne la continuità nell'insieme di definizione; calcolarne le derivate parziali in ogni punto dell'insieme di definizione.

FAC.: calcolarne la derivata direzionale nell'origine lungo la generica direzione di coseni direttori (α, β) .

4)

Data la funzione

$$f(x) = x e^{-1/|2x-1|-1/(2x-1)} - 3,$$

determinarne l'insieme di definizione D e gli eventuali asintoti. Studiare, inoltre, se la funzione sia prolungabile per continuità su tutto \mathbb{R} .