

COMPITO C

ESERCIZIO 1.

Sia α un parametro reale. Calcolare i seguenti limiti al variare di α

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} |\cos^3 x| + \alpha x.$$

ESERCIZIO 2.

(a) Studiare la seguente funzione e disegnarne il grafico:

$$f(x) = \log \left(\frac{x^2 + 6x + 8}{x - 1} \right),$$

determinando il dominio di definizione, gli intervalli di monotonia, i punti di massimo e minimo relativi. Studiare il segno, i limiti agli estremi del dominio di definizione e determinare il codominio di f , motivando la risposta. Omettere lo studio della derivata seconda ma, per un corretto disegno del grafico, tenere presente che la funzione possiede un solo flesso, per $x > 0$.

(b) Utilizzando ragionamenti di simmetria, disegnare il grafico di

$$|f(x)| = \left| \log \left(\frac{x^2 + 6x + 8}{x - 1} \right) \right|.$$

ESERCIZIO 3.

Studiare il carattere della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\frac{n^2}{2n^4 - 1} \right).$$

ESERCIZIO 4.

Calcolare il seguente integrale definito

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} (x^2 - 5) \sin |x| dx$$