

Analisi Matematica 1, anno 2015/2016 (canale I-Z)

Decimo Foglio di Esercizi

Esercizio 1. Risolvere le seguenti equazioni a variabili separabili.

$$y'(x) = y^2(x); \quad y'(x) = xe^{y(x)}; \quad y'(x) = e^x \sin y(x); \quad y'(x) = \frac{x-1}{y(x)-1}.$$

Esercizio 2. Risolvere il seguente problemi di Cauchy.

$$a) \quad y'(x) = y(x), \quad y(0) = 1;$$

$$b) \quad y'(x) = \frac{x}{y^4(x)}, \quad y(0) = 1;$$

$$c) \quad y'(x) + \frac{6x+3}{x^2+x+1} (y(x)-1)^2 = 0, \quad y(0) = \frac{3 \ln 3 - 1}{3 \ln 3};$$

$$d) \quad y'(x) + \frac{6x+3}{x^2+x+1} (y(x)-1)^2 = 0, \quad y(0) = 1;$$

$$e) \quad y'(x) + x^3 y^3(x) + x^3 y(x) = 0, \quad y(0) = 1;$$

$$f) \quad y'(x) = \frac{y(x) \ln(y(x))}{x}, \quad y(-1) = 1.$$

Esercizio 3. Siano $y_n(t)$, $n \in \mathbb{N}$, le soluzioni del seguente problema di Cauchy

$$y'(t) = -y^{(n+1)}(t); \quad y(0) = 1.$$

Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} y_n(1).$$

Esercizio 4. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy.

$$a) \quad y'(x) = 5y(x) + e^x, \quad y(0) = 0;$$

$$b) \quad y'(x) + xy(x) = e^x(x+1), \quad y(0) = 2.$$

Esercizio 5. Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale

$$y'(x) + \frac{1}{\sqrt{x}} y(x) = 1$$

e trovare le eventuali soluzioni tali che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty.$$

Esercizio 6. Determinare l'integrale generale della seguente equazioni differenziali

$$a) \quad y'(x) + y(x) = 1 - x;$$

$$b) \quad y'(x) = (\cos x)y(x) + x^2 e^{\sin x};$$

$$c) \quad y'(x) = e^x y(x) + e^{e^x} \cos x.$$

Esercizio 7. Risolvere i seguenti problemi di Cauchy.

$$a) y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1;$$

$$b) y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0;$$

$$c) y''(x) + y(x) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3.$$

Esercizio 8. Risolvere le seguenti equazioni differenziali del secondo ordine con il metodo di variazione delle costanti.

$$a) y''(x) - y'(x) = e^{\alpha x} \quad \alpha \neq 1, -1;$$

$$b) y''(x) + y'(x) = 0.$$